

# 고차고해상도 수치기법을 이용한 초음속 제트 screech tone의 axisymmetric mode 해석

이 인 철<sup>1\*</sup>, 이 덕 주<sup>2</sup>

Numerical analysis of axisymmetric screech tone from supersonic jet  
using high-order high-resolution compact scheme

I.C. Lee and D.J. Lee

*The screech tone of an underexpanded jet is numerically calculated without any specific modeling for the screech tone itself. A fourth-order optimized compact scheme and fourth-order Runge-Kutta method are used to solve the 2D axisymmetric Euler equation. The Fourier transform of pressure signal at upstream shows the directivity pattern of the screech tone very clearly. Pressure signal is shown to observe the generation of the screech tone. Most importantly, we can simulate the axisymmetric mode change of the screech tone very precisely with the proposed method. It can be concluded that the basic phenomenon of the screech tone including its frequency can be calculated and its mode change can be simulated with inviscid Euler equations.*

**Keywords:** 전산공력음향학(CAA), Supersonic Jet, Screech tone, Axisymmetric mode, Feedback

## 1. 서 론

초음속 제트 소음은 크게 3가지 구성 요소로 구분할 수 있다. Turbulent mixing noise, shock-associated noise 그리고 screech tone noise이다.[1] Turbulent mixing noise는 large scale turbulence structure가 초음속으로 전파되면서 발생하며 <Fig. 1>과 같이 Mach wave 형태로 downstream 방향으로 전파한다. 아리안 5호 발사체 사고 등을 통해 발사 초기 시점에서 <Fig. 2>와 같은 upstream으로 전파되는 제트 소음이 중요한 요소로 작용하고 있음을 알 수 있다. shock-associated noise는 shock cell과 vortex의 상호 작용으로 생성되고, screech tone noise는 nozzle lip 주위에서 유동과 instability wave 사이의 feedback에 의해 생성되는 것으로 알려져 있다.

제트 소음을 수치적으로 해석하는 방법은 Euler 방정식을 이용하는 방법, Navier-Stokes 방정식을 이용하는 방법[2], 그

리고 DNS(direct numerical simulation)[3-4]와 LES(Large Eddy Simulation)[5-6] 등이 있다. DNS와 LES는 상대적으로 계산 시간이 길다.

발사체가 발사시에 발생하는 제트 소음 중 upstream으로 전파되는 성분, 즉 screech tone은 발사체와 발사체의 탑재물에 직접적인 영향을 미치지 때문에 중요하다. 그러나 downstream으로 흘러가는 유동에 비해 screech tone noise는 그 크기가 작아서 계산하기가 어렵다.

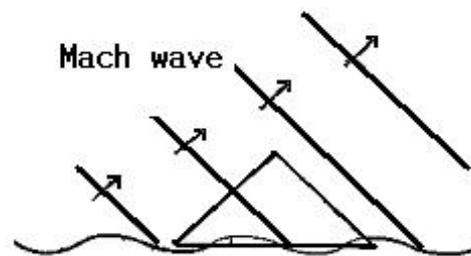


Fig. 1 downstream 방향으로 전파되는 Mach wave

접수일: 2006년00월00일, 심사완료일: 2006년00월00일.

1 학생회원, 한국과학기술원 항공우주공학과 박사과정

2 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

\* Corresponding author E-mail: essence@kaist.ac.kr

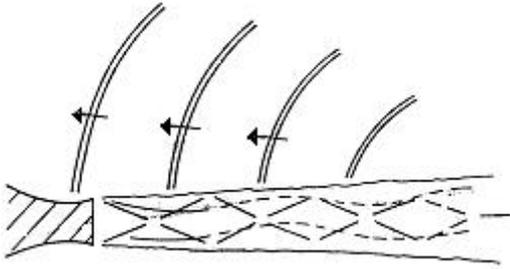


Fig. 2 upstream 방향으로 전파되는 screech tone noise

이와 같이 상대적으로 유동에 비해 작은 크기를 갖는 제트 소음 중 screech tone을 해석하였다. 위해 본 연구에서는 고차, 고해상도 수치 해석 기법을 이용하여 프로그램을 개발하고 검증하였다.

## 2. 지배 방정식과 수치 기법

### 2.1 지배 방정식

본 연구에서 사용한 지배방정식은 2차원 축대칭 Euler 방정식이며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \alpha H = 0 \quad (1)$$

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_t \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (\rho e_t + p)u \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$F = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (\rho e_t + p)v \end{pmatrix}, H = \frac{1}{y} \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v^2 \\ (\rho e_t + p)v \end{pmatrix}$$

이 때 2차원 축대칭 방정식을 나타내는 경우,  $\alpha$ 가 1이 되고 그 밖의 일반적인 경우는 0이 된다. 본 연구에서는 축대칭의 경우를 해석하였으므로 1의 값을 가지게 된다.

### 2.2 수치기법

제트 소음 해석에 있어서, 발사체 등에서 관심의 대상이 되는 upstream으로 전파되는 소음이나 제트 소음의 feedback 등을 해석하기 위해서는 노즐 출구 부근에서의 유동을 정확하게 모사할 수 있어야 하고 또 upstream으로 전파되는 상대적으로 작은 크기를 가지는 소음을 잘 해석할 수 있어야 한다. 그러므로 발사체에 영향을 주는 이러한 소음들을 제대로

모사하기 위해서는, 유동장과 소음장을 동시에 해석할 수 있도록 고차의 정확도와 고해상도를 갖는 CAA (computational aeroacoustics) 수치기법을 이용하여야 한다. 본 연구에서는 소음 해석을 위해 고차-고해상도의 수치기법인 4차 정확도의 OHOC(optimized high-order compact) 공간차분법[7-8]과 역시 4차의 정확도를 가지는 Runge-Kutta 시간적분법을 사용한다. 그리고 경계에서의 비물리적인 반사를 줄이고, 정확한 계산을 위한 특성치 경계조건(characteristic boundary condition)[9], 계산에 있어서 수치적인 안정성을 향상시키기 위한 인공점성항인 ANAD(adaptive nonlinear artificial dissipation) model[10] 등을 사용하였다.

### 2.3. 계산 조건

본 계산에서 사용된 계산 조건은 1986년 년의 Tam[11]이 수행한 실험과 같은 조건을 사용하였다. 또한 수치 해석의 결과를 실험값 및 이론값과 비교하였다. 노즐 출구에서의 마하수는 1.2이고, 압력은 노즐 바깥쪽의 1.541배, 밀도는 노즐 바깥쪽의 1.0730배를 사용하였다.

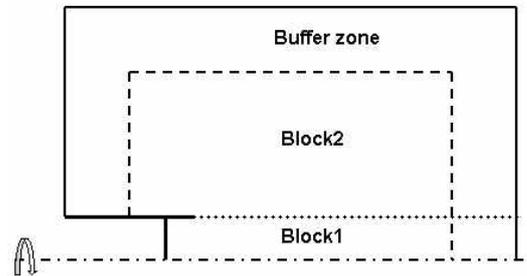


Fig. 3 노즐 형상과 격자계의 구성 (Block1:600 X 32, Block2:900 X 300)

격자계는 <Fig. 3>과 같이 2block으로 나눈 격자계를 사용하였다. 그 중 아래 부분(Block1)은 600 X 32개의 격자를 구성하였고, 위 부분(Block2)은 900 X 300개의 격자를 구성하였다. 또한 upstream으로 전파되는 음파를 관찰하기 위해 upstream 방향으로 계산영역을 넓게 하였다. 경계면에서 비물리적인 반사를 억제하기 위하여 오른쪽 outflow 부분과 왼쪽 inflow 부분과 위쪽 부분에 buffer zone을 추가하였다. 만약 buffer zone을 사용하지 않으면 경계에서 심한 반사가 일어나서 압력의 변화에 많은 영향이 미치게 된다. 노즐의 지름을 D라고 하였을 때, x/D=0, y/D=1인 점, 즉 노즐 립 주위에서 밀집되어 노즐 끝부분에서의 유동 등을 잘 모사할 수 있도록 격자를 구성하였다.

## 4. 계산결과

<Fig.4>는 순간적인 density contour를 나타낸 것이다. Fig.4에서 알 수 있듯이 유동이 downstream으로 전파되면서 Mach wave가 전파되는 것을 볼 수 있다. <Fig.5>는 <Fig.4>와 마찬가지로 같은 시간에서의 밀도 contour를 나타낸 것이다. 그러나 <Fig.4>에서 나타난 밀도의 범위가  $0.3 \leq \frac{\rho}{\rho_\infty} \leq 1.8$ 이지만 <Fig.5>의 경우는 밀도의 범위를  $0.99 \leq \frac{\rho}{\rho_\infty} \leq 1.01$ 로 좁게, 즉 변동폭이  $\pm 1\%$ 가 되도록 하여 나타낸 것이다. <Fig.4>와 같이 넓은 범위에서는 upstream으로 전파되는 음파가 정밀하게는 관찰되지 않지만 <Fig.5>와 같은 좁은 범위에서는 upstream으로 전파되는 음파를 더 잘 관찰할 수 있다. screech tone noise는 노즐 출구 근처의 instability wave와 shock cell 사이의 상호작용에 의한 feedback loop에 의해 생성된다. 그리고 screech tone noise가 생성되는 위치는 4-5 번째 shock cell 부근으로 알려져 있다. <Fig. 8> 등으로 살펴볼 때 shock cell이 생성되는 이론적인 위치와도 그 위치가 거의 일치함을 알 수 있다.

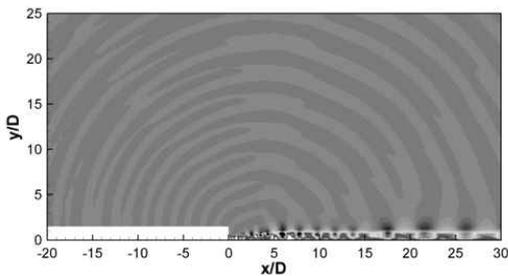


Fig. 4. Instantaneous density contour of supersonic jet of M=1.18

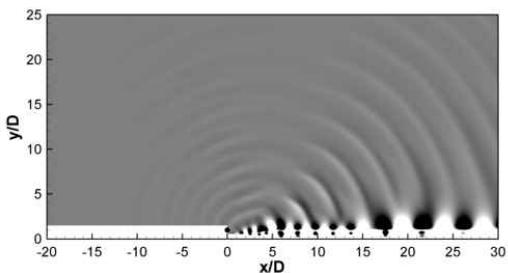


Fig. 5. Adjusted instantaneous density contour ( $0.99 < \rho/\rho_\infty < 1.01$ ) of M=1.18 supersonic jet

<Fig.6>은  $x/D=0, y/D=1.5$ 인 지점, 즉 노즐 출구 표면에서의 시간에 따른 압력 신호를 측정된 것이다. 신호를 보면 어느 정도의 규칙성을 가짐을 알 수 있다. 압력 신호의 주파수 분

석을 위해 Fourier 변환을 거친 결과는 <Fig.7>에 나타나 있다.

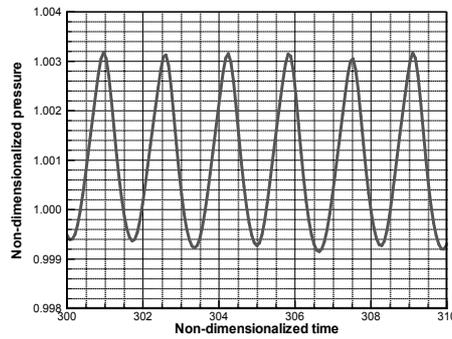


Fig. 6. Pressure signal at plane of nozzle exit

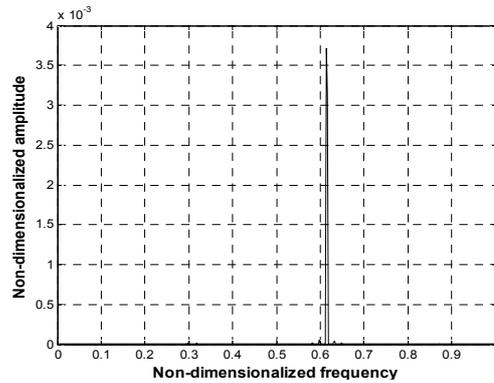
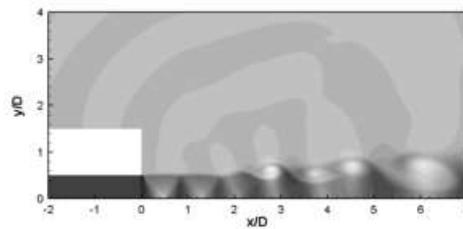


Fig. 7. Fourier transform of pressure signal

무차원화 된 주파수는 약 0.62 정도이며 이를 wavelength로 나타내면 약 1.62 정도이다. 이는 Ponton 등의 실험값 [11]이나 Tam 등의 다른 수치 해석 결과[12]와 비교하였을 때 매우 유사한 경향을 보여준다. 또한 <Fig.5>에서 downstream으로 전파되는 Mach wave는 shock cell structure와 interaction이 일어난 뒤 와류들의 vortex pairing 현상에 의해 나타나는 것이다.

<Fig.8>은 한 주기 동안 노즐 출구 주위 유동의 instantaneous density contour를 나타낸 것이다. 그림에서 노즐 출구 주위에서 생성된 와류가 jet에 의해 생성된 shock cell structure와 부딪히는 것을 확인 할 수 있다.



(a)  $t = 0$

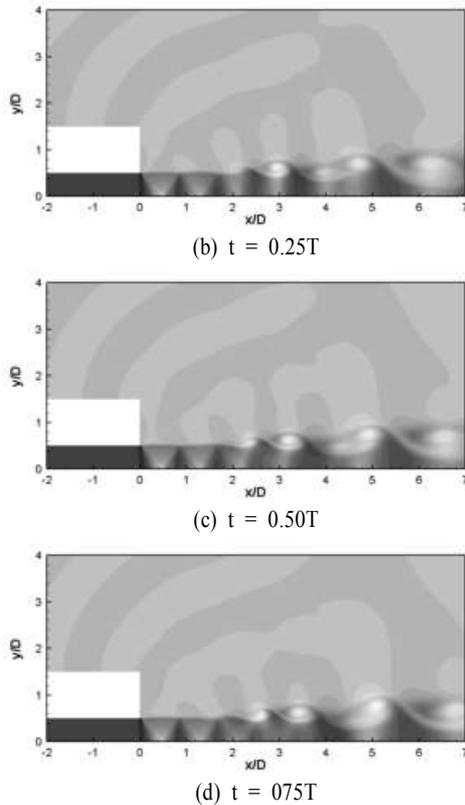


Fig. 8. instantaneous density contours of near flow field for one period ( $M=1.18$ )

## 5. 결론

본 연구를 통하여 초음속 제트에서 발생하는 제트 소음을 수치적으로 모사해 보았다. 그 중에서도 upstream으로 전파되는 성분 중 하나인 screech tone은 2차원 축대칭 Euler 방정식을 모사함으로 나타낼 수 있음을 알았으며, screech tone의 feedback loop을 나타내는 어떠한 수치적인 모델 없이도 모사가 가능함을 알게 되었다.

## 참고문헌

- [1] 1997, C.K.W. Tam, "Supersonic jet noise", Annual Review of Fluid Mechanics, Vol.27, pp.17-43
- [2] 1998, C.K.W. Tam and H. Shen, "Numerical simulation of the generation of axisymmetric mode jet screech tones," AIAA Journal, Vol.36, No.10, pp.1801-1807
- [3] 1999, B.E. Mitchell, S.K. Lele and P. Moin, "Direct computation of the sound generated by vortex pairing in an axisymmetric jet," Journal of Fluid Mechanics, 99:113-142
- [4] 2000, Freund, J. B., Lele, S. K., and Moin, P., "Numerical simulation of a Mach 1.92 turbulent jet and its sound field", American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, Vol. 36, No.11, pp. 2023-2031
- [5] 1994, P.R. Mankbadi, M.E. Hayer and L.A. Povinelli, "Structure of supersonic set flow and its radiated sound," AIAA Journal, Vol.32, No,5, pp.897-906
- [6] 2000, C. Bogey, C. Bailly and D. Juve, "Computation of the sound radiated by a 3-D jet using large eddy simulation," AIAA Pap. 2000-2009
- [7] 1995, J.W. Kim and D.J. Lee, "Optimized compact finite difference schemes with maximum resolution," AIAA Journal, vol. 23, No. 5, pp. 887-893
- [8] 1997, J.W. Kim and D.J. Lee, "Implementation of boundary conditions for optimized high-order compact scheme," Journal of Computational Acoustics, Vol. 5, No. 2, pp. 177-191
- [9] 2001, J.W. Kim and D.J. Lee, Adaptive nonlinear artificial dissipation model for computational Aeroacoustics," AIAA Journal, Vol. 39, No. 5, pp. 810-818
- [10] 2000, J.W. Kim and D.J. Lee, "Generalized characteristic boundary conditions for computational Aeroacoustics," AIAA Journal, Vol. 38, No. 11, pp. 2040-2049
- [11] 1992, M.K. Ponton, and J.M.Seiner, "The Effects of Nozzle Exit Lip Thickness on Plume Resonance," Journal of Sound and Vibration, Vol.154, No.3, pp.531-549
- [12] 1998, C.K.W. Tam and H. Shen, "Numerical simulation of the generation of axisymmetric mode jet screech tones," AIAA Journal, Vol.36, No.10, pp.1801-1807.