

# 복합재 평판 진동의 최적 상태 되먹임 제어를 위한 통합적인 시스템 식별과 상태변수 추정

Integrated System Identification and State Estimation for Optimal  
State Feedback Control of Vibration of Composite Plate

류근호\*, 한재홍, 이 인(KAIST)

## 1. 서론

스마트 구조물의 주요한 기능 중의 하나인 진동 제어를 수행하기 위해서는 스마트 구조물에 적합한 시스템 식별을 필요하다. 기존의 연구를 살펴보면 한재홍과 이인[1]은 1차 횡전단 변형 판 이론에 기초한 압전체 부착 구조물을 해석하였고, 류근호 등[2]은 압전체가 부착된 복합재 평판의 처음 두 모드를 LQG 방법으로 제어하였고, 잉여 현상을 관찰하였다. Juang 등[3]은 ERA 방법을 통한 시스템 식별법을 제안하고 트러스 구조물과 실제 우주 탐사선의 모달 값들을 효과적으로 찾아내었다. Huang 등[4]은 통합적인 시스템 식별을 통하여 각 모드의 모달 파라미터들과 진동 신호를 측정 예측하였다. 또한 Juang 등[5]은 트러스 구조물에 대해서 주파수 가중 최적 제어를 하였다.

본 연구에서는 제어에 사용되는 A, B, C, D 행렬과 관측기 이득  $K_f$ 을 실험적인 방법을 통하여 통합적으로 구하였다. 또한 통합적인 시스템 식별을 통하여 DSP 보드를 이용하여 제어 실험을 수행하였고 그 특성을 살펴 보았다.

## 2. 통합 시스템 식별과 제어기 설계

복합재 평판 구조물은 재료의 불균일성이나 가공상의 오차, 여러 모드의 고유 진동수의 밀집

등으로 인하여 해석적인 모델이나 FEM을 통하여 동적 거동을 고차 모드까지 정확히 예측하기가 어렵다. 또한 시변 시스템의 제어를 위한 향후 연구를 위하여 실험적인 방법으로 시스템 식별을 할 요구가 발생한다.

모달 좌표로 표시된 구조물의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{\eta}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i = b_i u \quad (1)$$

아래의 A 행렬이 반대칭(anti-symmetric) 이 되도록  $\mathbf{x} = [\omega_1 \eta_1 \dot{\eta}_1 \omega_2 \eta_2 \dot{\eta}_2 \omega_3 \eta_3 \dot{\eta}_3]^T$ 로 상태변수를 선택하면, 아래와 같이 상태 공간 방정식이 구성된다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_n \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{B}_n \end{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= [\mathbf{C}_1 \dots \mathbf{C}_n] \mathbf{x} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 A, B, C 행렬은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_i &= \begin{bmatrix} 0 & \omega_i \\ -\omega_i & -2\zeta_i \omega_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ b_i \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C}_i &= [c_i \quad 0] \end{aligned} \quad (3)$$

위의 식 (2)을 이산화된 시스템 방정식으로 변환시키고(Pade 근사를 사용), 또한 유사 변환(similarity transform)을 거쳐서 다시 블록 대각화시키면 이론적인 이산 시스템 상태공간 모형을 얻을 수 있다.

일반적인 ARMAX 모형(Auto Regressive and Moving Average eXogenous)로 표현한 시스템 입출력 관계식은 다음 식 (4)와 같다.

$$\left[ y_k + \sum_{i=1}^{Ma} a_i y_{k-i} \right] = \sum_{i=1}^{Mb} b_i u_{k-i} + \left[ \varepsilon_k + \sum_{i=1}^{Mc} c_i \varepsilon_{k-i} \right] \quad (4)$$

위의  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  등의 파라미터들은 다중 입출력 시스템에서는 행렬이 되는 값들이고, 아래의 목적 함수가 최소화되는 최소자승법(LMS)을 이용하여 구했다.

$$J = \sum_{k=1}^{Mc} (\varepsilon_k)^2 = \sum_{k=1}^{Mc} (y_k - \hat{y}_k)^2 \quad (5)$$

위에서 구한  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  등의 파라미터들은 가제어성표준형 상태공간(controllable canonical form) 형태로 구성되었고, 또한 관측기 이득  $K_f$ 도 얻어졌다. 그때의 A, B, C,  $K_f$  행렬들은 다시 유사 변환에 의해서 블록 대각화되어 실험적인 방법으로 통합적인 시스템 식별이 가능하였다[4]. 블록 대각화된 이유는 각 상태변수를 모드별로 분리시켜 각 모드별로 동역학이 비의존적이 되어 관측기의 차수를 임의로 조정하기 위해서이다.

위와 같은 과정을 통하여 통합 시스템 식별을 하면 모달 파라미터와 시스템 행렬 [A, B, C]와 관측기 이득  $K_f$ 를 동시에 구할 수 있고, 시간 영역에서 시스템 식별을 함으로써 최소자승법을 재귀적인 형태로 바꾸면 시변 시스템의 on-line 시스템 식별이 가능하다. 그러나 이 시스템 식별 방법은 FEM 등의 방법에 비해서 모드 형상이나 특정 부분의 응력, 변형률을 제시해주지 못한다.

제어기는 다음과 같은 목적 함수값 V를 최소화하기 위해 대수 리카티 방정식을 풀어 얻은 제어기 이득값  $K_c$ 을 관측기에서 추정된 상태변수 ( $\hat{\mathbf{x}}$ )에 곱하여 제어 입력 u를 구했다.

$$V = E \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \right\} \quad (6)$$

여기서 Q, R은 가중 행렬로 아래와 같이 정하였다.

$$\mathbf{Q} = \text{diag} \left[ e^{-\zeta_1 w_1} \ e^{-\zeta_1 w_1} \ c_1 e^{-\zeta_2 w_2} \ c_1 e^{-\zeta_2 w_2} \ c_2 e^{-\zeta_3 w_3} \ c_2 e^{-\zeta_3 w_3} \right]$$

$$\mathbf{R} = 1.0 \quad (7)$$

최종적으로 얻은 제어 입력은 다음과 같다.

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_c \hat{\mathbf{x}} \quad (8)$$

### 3. 실험 방법

감지기 작동기를 포함한 복합재 외팔평판 시편의 규격 규격 및 압전 감지기 작동기의 규격은 참고 문헌 [2]와 같다. 시편은 프리프렉(Graphite/Epoxy prepreg)을 [60/-60/0]<sub>s</sub>의 각도로 적층한 다음 오토클레이브내에서 고온과 고압을 가해 성형하였다. 이것을 다이아몬드 컷터를 이용하여 가공한 후 에폭시 접착제를 이용하여 압전 세라믹(Fuji C-82)과 압전 필름(Pennwalt LDT2-028K)을 복합재 평판의 표면에 각각 접착하였다. 보다 일반적인 구조물의 제어 상황을 구현하기 위해 감지기와 작동기를 각기 다른 위치에 고정하였다.

복합재 평판의 전체 실험 장치의 구성은 Fig.1과 같다. 랜덤 교란 신호(banded white noise)에 의하여 시스템에 진동이 일어나면 감지기인 압전 필름에서 전하량이 발생하여 전하량 증폭기 (Charge Amp.)를 통하여 증폭이 되고, 전압의 형태로 변환된다. 이렇게 증폭, 변환된 신호는 컴퓨터와 연결된 DSP 보드(dSPACE DS1102)를 통하여 디지털 신호로 변환된 후 관측기, 제어기에서 계산한 제어 입력을 계산한다. 계산된 제어 입력은 다시 DSP 보드의 저주파 통과 필터를 통하여 부드러운 아날로그 신호로 바뀐다. 이 제어 입력은 고전압 증폭기

(Applied Electronics)를 통해 40배 증폭된 후에 작동 기인 압전 세라믹을 통하여 진동을 억제하게 된다.

실험적인 시스템의 식별을 위해서는 다음과 같은 과정을 거쳤다. 먼저 랜덤 교란 신호를 압전 세라믹으로 보낸 후에 압전 필름에서 얻은 평판 진동 신호를 5 msec 단위로 10초 동안 받는다. 이 입출력 신호쌍을 사용하여 앞서 언급한 통합된 시스템 식별을 통하여 관측기를 구성한다. Nyquist 주파수가 100 Hz 이므로 실제 Fig. 4의 평판 구조물과 같이 시스템을 3 차로 식별해야 하지만 시스템에 없는 모드가 잡히는 경우가 간혹 발생하므로 4 차로 정하여 관측기를 설계한 후에 참고 문헌 [3, 4]와 같이 고유 진동수와 이산화된 A 행렬의 특이 값(singular value)를 검사하여 잘못된 모드를 관측기에서 제거한다.

앞서 제시한 가중 행렬을 이용하여 얻은 제어 이득을 계산 한 후 Fig. 2 와 같이 구성된 프로그램을 DSP 보드에 장착하고 제어 실험을 수행한다.

주파수 영역에서의 제어 효과를 알아보기 위해서는 여러가지 주파수성분이 섞인 랜덤 교란 신호를 자기 변환기(Magnetic transducer, B&K MM0002)를 이용하여 구조물의 특정 부분에 가하였다. 이러한 교란에 대한 출력의 주파수 전달 함수를 제어시와 비제어시에 각각 구하였다. 주파수 전달 함수는 FFT 분석기(HP 3566A)를 이용하여 측정하였다. 신호처리는 해닝 윈도우를 사용하였고 16 번 평균하였다.

#### 4. 실험 결과 및 결론

먼저 통합적인 시스템 식별법을 검증하기 위해서 임의로 정한 모달 파라미터를 갖는 구조물의 진동 신호를 계산하여 1 msec 간격으로 만든 후에 이 신호쌍으로 시스템 식별을 통하여 다시 원

래의 입출력 신호를 만들었다. Table 1에서와 같이 3~5 번째 모드가 실제 모달 파라미터들과 거의 같음을 알 수 있다. 또한 Nyquist 주파수 등을 고유 진동수로 인식하므로 앞서 언급했듯이 필요 없는 모드를 없앨 필요가 있다.

앞서 제작한 평판 시편에 대해서 실험적인 방법으로 입출력 신호쌍을 만들어서 저장한 후에 통합 시스템 식별법으로 측정 신호를 추정하였다. Fig. 3의 결과를 보면 초기에는 추정값이 부정확하다가 추정값이 측정값에 점점 일치하는 경향을 띠고 있음을 관찰할 수 있다.

대표적인 최적 제어 결과는 Fig. 4 와 같다. 제어를 수행한 결과 처음 모드의 피크값이 크게 감소하였으나 둘째 세째 모드의 제어 결과는 미미하였다. 제어 입력을 보내기 전에 저주파 통과 필터를 사용하지 않으면 고차 모드의 제어가 용이하지만 쉽게 잉여 현상이 발생한다.

이상으로 시스템 식별과 관측기를 동시에 설계하는 통합 시스템 식별법은 상태변수 되먹임 제어에 적용이 용이하며 식 (7)과 같은 목적 함수를 사용하여 최적 제어를 적용한 결과 첫째 모드에서의 제어 성능이 뛰어났다.

#### [후기]

본 연구는 한국과학재단(KOSEF) 지원으로 수행된 연구(과제 번호: 96-0200-05-01-3)의 일부이며 관계자 여러분께 감사 드립니다.

#### [참고문헌]

1. 한재홍, 이인, “유한요소법을 이용한 지능 복합재 구조의 진동 제어 특성 고찰,” 한국항공 우주학회지, 제 23 권 제 1 호, 1995, pp. 85-96.
2. 류근호, 한재홍, 이인, “압전 감지기/작동기를 이용한 복합재 평판의 최적 진동 제어 실험,” 한국 소음진동학회지, 제 7 권 제 1 호, 1997, pp. 161-168.
3. Juang, J.N. and Pappa, R.S., “An Eigensystem

Realization Algorithm for Modal Parameter Identification and Model Reduction," *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 8, No.5, 1984, pp. 620-627.

4. Chen, C.W. and Huang, J.K., "Integrated System Identification and State Estimation for Control of Flexible Space Structures," *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 15, No. 1, 1992, pp. 88-95.
5. Juang, J.N. et al., "Frequency-Weighted System Identification and Linear Quadratic Controller Design," *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.16, No. 2, 1993, pp. 330-336.

Table 1 Pre-chosen and reconstructed modal parameters.

| Parameters<br>Mode         |   | Singular<br>Value | Natural<br>Frequency<br>[Hz] | Damping<br>Ratio<br>[%] |
|----------------------------|---|-------------------|------------------------------|-------------------------|
| Pre-<br>chosen<br>mode     | 1 | 0.99963           | 8.3751                       | 0.70302                 |
|                            | 2 | 0.99932           | 35.875                       | 0.30334                 |
|                            | 3 | 0.99900           | 48.125                       | 0.32999                 |
| Recon-<br>structed<br>mode | 1 | 1.5529            | 287.89                       | -24.332                 |
|                            | 2 | 1.1592            | 443.14                       | -5.3047                 |
|                            | 3 | 0.9996            | 8.3742                       | 0.68943                 |
|                            | 4 | 0.9993            | 35.875                       | 0.30374                 |
|                            | 5 | 0.9990            | 48.125                       | 0.33002                 |
|                            | 6 | 0.7578            | 501.94                       | 87932                   |

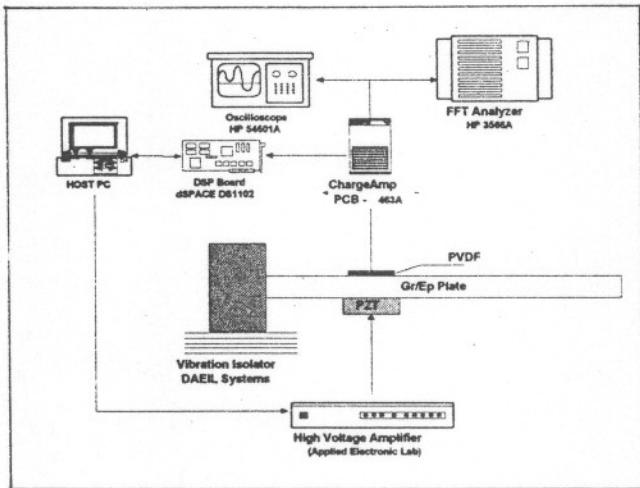


Fig. 1 Configuration of overall system.

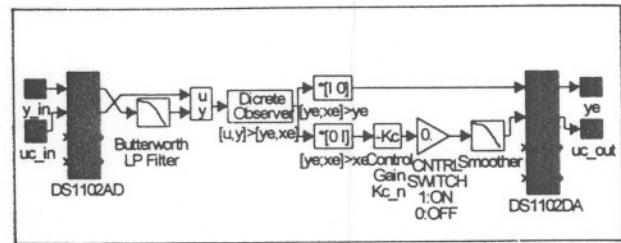


Fig. 2 Control program for DSP board.

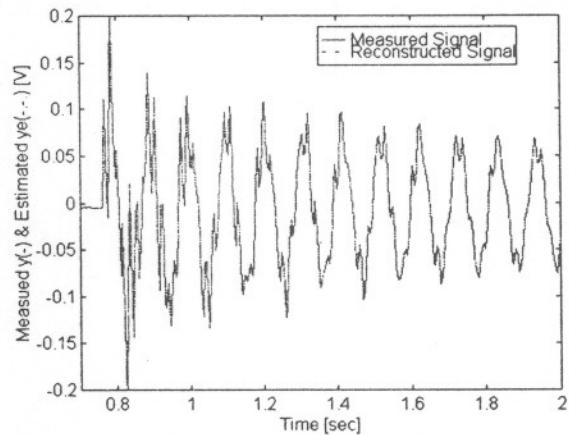


Fig. 3 Measured signal and reconstructed signal.

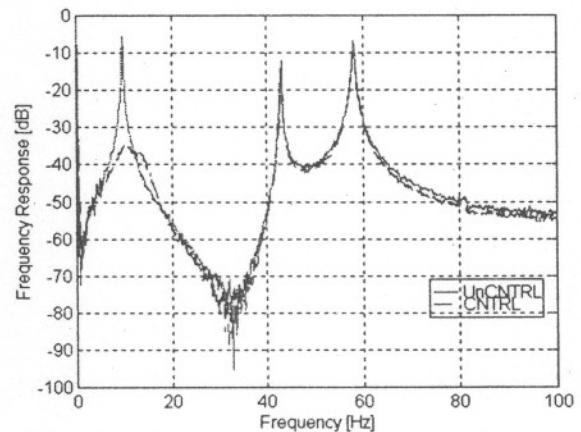


Fig. 4 Controlled/uncontrolled FRF of the system.

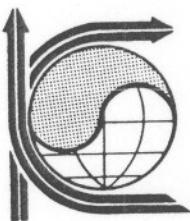
1997年度

# 春季 學術發表會 論文集

Proceedings of the KSAS Spring Annual Meeting '97

日時：1997年 4月 26日（土）

場所：忠 南 大 學 校



主 催

社團  
法人 韓國航空宇宙學會

The Korean Society for Aeronautical & Space Sciences

後 援

韓國學術振興財團 · 韓國科學技術團體總聯合會

韓國航空宇宙研究所 · 大宇重工業(株) · 忠南大學校

**제 2 발표장**

좌장 : 정성남(건국대학교)

- 복합재 평판 진동의 최적 상태 되먹임 제어를 위한 통합적인 시스템  
식별과 상태변수 추정 ..... 류근호\*, 한재홍, 이 인(KAIST) ... 77
- 벌칙 가중 잔여법의 순차적 시간적분 알고리듬 개발  
..... 안성우\*, 조진연, 김승조(서울대) ... 81
- 다중보계 동적해석을 위한 모드 합성법을 이용한  
복합변형변수 모델링 ..... 박용민, 유홍희\*(한양대) ... 85

좌장 : 김용협(서울대학교)

- 대형 구조물의 관성모멘트 측정기법 ..... 양명석\*, 이열화(ADD), 이영신(충남대) ... 91
- 미소교란 방정식을 이용한 천음속 플러터 해석 ..... 김동현\*, 이 인 (KAIST) ... 95
- 전진비행시 무힌지 로우터의 안정특성에 대한 복합재료  
연성 거동연구 ..... 정성남\*(전북대), 김경남, 김승조(서울대) ... 100
- 타이어 트레드 블럭 접지면의 마찰 거동에 대한 tie-bar 및 kurf의 영향 해석  
..... 김두만\*, 신동엽(항공대), 주 만(현대우주항공) ... 104

좌장 : 권정호(울산대학교)

- 항공기 날개의 천음속 정적 공탄성 해석 ..... 김동현\*, 이 인(KAIST) ... 111
- 비정상 공기력 효과를 고려한 복합재료 블레이드의 공탄성 해석  
..... 김경남\*(서울대), 정성남(전북대), 김승조(서울대) ... 116
- 타이어 트레드 블럭 접지면의 응력 해석 ..... 김두만, 신동엽\*(항공대) ... 120

**제 3 발표장**

좌장 : 오세종(부산대학교)

- 와류 양력 공기역학의 개관 ..... 손명환\*(공군사관학교) ... 131