부유식 평판구조물의 유탄성해석 기술에 관한 연구

Study on Hydroelastic Analysis of Floating Plate Structures

김 진 균* • 김 기 태** • 이 필 승***
Kim, Jingyun • Kim, Kitae • Lee, Phill-Seung

요 약

본 논문에서는 평판(plate) 형태를 갖는 부유식 해상구조물의 유탄성해석에 관한 연구를 수행하였다. 유체력 산정을 위해 포텐셜을 입사, 방사, 산란으로 구분하여 계산하였던 기존의 방법 대신 전체 포텐셜을 직접 계산하는 방법을 사용하여 최근의 경향을 반영하였다. 선형 유탄성해석의 특성을 고려하여 해석시간을 감소시키기 위해 일반적으로 사용되고 있는 주파수 영역에서의 해석 기법을 적용하였다. 구조체의 모델링에 소요되는 요소수를 줄이고, 휨 변형 시 전단변형률에 의한 잠김현상을 해소하기 위해 MITC 기법을 적용한 평판 유한요소를 사용하였으며, 3차원 Green 함수법을 적용해 유체력을 산정하였다.

keywords : Hydroelastic analysis, Floating plate, FEM, Frequency domain

1. 서론

유탄성해석이란 구조물의 연성을 고려하여 유체와 구조체의 상호작용을 해석하는 것을 말한다. 유탄성해석에 대한 필요성은 1970년대 Bishop과 Taylor에 의해 제시되었으며, Bishop과 Price는 빔(beam)의 1차원 유탄성해석을 처음으로 구현하였다(Bishop and Taylor, 1973; Bishop and Price, 1982). 평판을 적용한 유탄성해석 연구는 초대형 부유식 해상구조물(Very Large Floating Structures, 이하 VLFS)에 관한 연구가 본격적으로 진행되기 시작한 1990년대 후반에 시작되었다(Kashiwagi, 1998). 초기 사각형 평판에 집중되어 있던 연구는 최근 원형과 링 등 다양한 형태로 확장되고 있다(Andrinov, 2004).

구조체의 모델링 기법과 함께 유체력 계산 기법은 유탄성해석의 주요한 분야이다. 대부분의 연구는 선형 포텐셜 이론을 기초로 하며, Fritz John에 의해 정리된 Green 함수를 이용해 포텐셜을 계산하고 있다(John, 1950). Newman은 이러한 Green 함수를 이용해 Panel method를 정리하였다. 실제로 주파수 영역에서 포텐셜을 계산하는 현재의 유탄성해석 기술은 대부분 이에 기반하여 수행되고 있다. 일반적으로 유체력 산정은 입사, 방사, 산란 포텐셜을 분할하여 계산하는 방식을 사용하였으나 최근 Taylor 등은 기존의 방법 대신 유체력을 직접적으로 계산하는 방법을 제시하였다(Taylor, 2007; Khanakhpasheva and Korobkin, 2002).

본 연구에서는 Taylor 등에 의해 제시된 유체력 산정 기법과 Reissner-Mindrin 평판 이론을 활용하여 지배방정식을 구성하였다. 각각의 지배방정식은 변분법(variational formulation)을 이용하여 유한요소법을 활용하기에 적합한 형태로 정리하였다. 이때 구조체의 모델링을 위해 MITC 평판 유한요소를 적용하였으며, 주파수 영역에서 해석을 수행하였다(Bathe, 1996). 해석 결과는 Taylor의 연구 결과와 비교하였다. 이때 동일한

* 학생회원 • 한국과학기술원 해양시스템공학전공 박사과정 jingyun@kaist.ac.kr
** 학생회원 • 한국과학기술원 해양시스템공학전공 석사과정 qlsn5@kaist.ac.kr
*** 정회원 • 한국과학기술원 해양시스템공학전공 부교수 phillseung@kaist.edu

해석 조건을 구현하기 위해 무한 수심에서의 3차원 Green 함수법을 적용하였으며, 흘수의 영향은 고려하지 않았다.

2. 유한요소법에 기반한 유탄성해석 모델

본 연구에서는 Reissner-Mindrin 평판 이론과 Taylor에 의해 제시된 유체의 지배방정식을 사용하였다. 운동방정식은 식 (1)의 Hamilton 원리를 이용해 정리할 수 있다(Mindlin, 1951).

$$\int_{t_1}^{t_2}\delta(T-V)dt+\int_{t_1}^{t_2}\delta W_{nc}dt=0 \tag{1}$$

여기서 T, V 는 각각 운동에너지, 포텐셜에너지를 의미하며, W_{nc} 는 비보존(non-conservative) 에너지를 의미한다.

$$T=\frac{\rho_s t_s}{2}\int_{S_0}[(\frac{\partial w}{\partial t})^2+\frac{t_s^2}{12}[(\frac{\partial \beta_x}{\partial t})^2+(\frac{\partial \beta_y}{\partial t})^2]]dS_0 \tag{2}$$

$$V=\frac{1}{2}\int_{S_0}[\ D[(\frac{\partial \beta_x}{\partial x}+\frac{\partial \beta_y}{\partial y})^2-2(1-\nu)[\frac{\partial \beta_x}{\partial x}\frac{\partial \beta_y}{\partial y}-\frac{1}{4}(\frac{\partial \beta_x}{\partial y}+\frac{\partial \beta_y}{\partial x})^2]] \tag{3}$$
$$+\kappa G t_s[(\beta_x+\frac{\partial w}{\partial x})^2+(\beta_y+\frac{\partial w}{\partial y})^2]\ ]dS_0$$

$$W_{nc}=\int_{S_0} w\,p\,dS_0 \tag{4}$$

여기서 w와 β는 수직변위와 회전변위이며 p는 유체압을 의미한다. ρ_s는 구조체 밀도, t_s는 평판 두께, ν는 포아송비를 의미한다. 전단보정계수(shear correction factor)는 κ로 정의하였다. 평판의 휨 강성 D는 $Et_s^3/(12(1-\nu^2))$로 정의할 수 있으며, G는 전단계수를 나타낸다. 평판 구조물의 수치해석에 유한요소 모델을 사용하는 경우 잠김현상(locking)이 발생하는 문제점이 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해 본 연구에서는 혼합법(mixed interpolation)에 의한 4절점 MITC 평판 유한요소를 사용하였다(Bathe, 1996).

Taylor 등에 의해 제시된 유체의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{p}{\rho_f g}+\frac{\omega^2}{\rho_f g^2}\int_{S_0}G(x,y;x_0,y_0)\,p(x_0,y_0)dS_0=e^{ik(x\cos\theta+y\sin\theta)}-w \tag{4}$$

ρ_f는 유체의 밀도, g는 중력가속도, ω는 고유주파수, k는 파수, θ는 파랑의 입사각을 의미한다. (x,y)는 공간의 위치, (x_0,y_0)는 소스(source) 포텐셜의 위치를 의미한다. 3차원 Green 함수는 $G(x,y;x_0,y_0)$로 정의하였다. 식 (5)는 본 연구에서 사용한 무한수심에서의 3차원 Green 함수를 정리한 것이다. 이때 흘수의 영향은 고려되지 않았다.

$$G(\overline{x},\overline{y};\overline{x_0},\overline{y_0})=-\frac{1}{4\pi}(\frac{2}{|\overline{z}|}-\pi\overline{\omega^2}[H_0(\overline{w^2}|\overline{z}|)+Y_0(\overline{w^2}|\overline{z}|)-2i\pi J_0(\overline{w^2}|\overline{z}|)]) \tag{5}$$

이때 $|z|$ 는 공간의 점과 소스 포텐셜의 거리로 $\sqrt{(\bar{x}-\bar{x_0})^2+(\bar{y}-\bar{y_0})^2}$ 의 형태로 표기할 수 있다. H_0는 0차의 Struve 함수를 의미하며, J_0와 Y_0는 1종, 2종 Bessel 함수를 의미하며 모두 0차의 함수이다. 각각의 위치와 좌표는 구조물의 길이 L로 무차원화 하였다. 무차원 고유주파수 $\bar{\omega}$는 $\sqrt{L/g}$를 이용하였다.

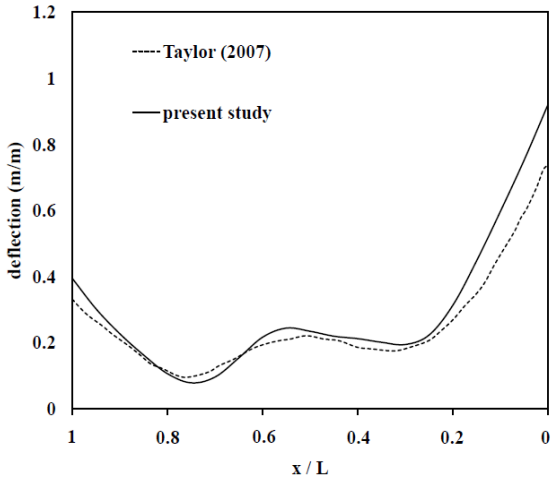
구조체와 유체의 지배방정식은 변분법을 이용해 유한요소법에 적용하기 적합한 형태로 정리하였으며, 유한요소해석에서 일반적으로 사용되는 Gauss-Legendre 적분법을 이용해 수치적으로 계산하였다. Green 함수의 경우 공간의 위치와 소스 포텐셜의 위치가 일치하는 지점에서 특이점 현상(singularity)이 발생한다. 본 연구에서는 공간과 소스 포텐셜의 적분 차수를 달리하는 간단한 방법을 적용하여 이 문제를 해결하였다(Wang and Meylan, 2004). 다만 공간의 위치가 소스 포텐셜의 위치에 접근할수록 오차가 급격하게 증가하는 문제가 있기 때문에 제시한 기법이 적합한 정확도를 갖는지에 대해서는 추가적인 연구가 요구된다. 이러한 문제를 해소하기 위해 Green 함수의 일부요소를 부분적으로 정적분하는 방법이 적용되기도 한다(Taylor, 2007; Kashiwagi, 1998). 위와 같은 방법을 사용할 경우 각각의 미분방정식은 미지수로 $\overline{\boldsymbol{w}}$, $\overline{\boldsymbol{p}}$를 갖는 독립된 선형방정식의 합으로 정리될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{K_s}+\overline{\omega^2}\mathbf{M_s} & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & \mathbf{K_f}+K\,\mathbf{M_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{w}} \\ \overline{\boldsymbol{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{p}_I \end{bmatrix} \tag{6}$$

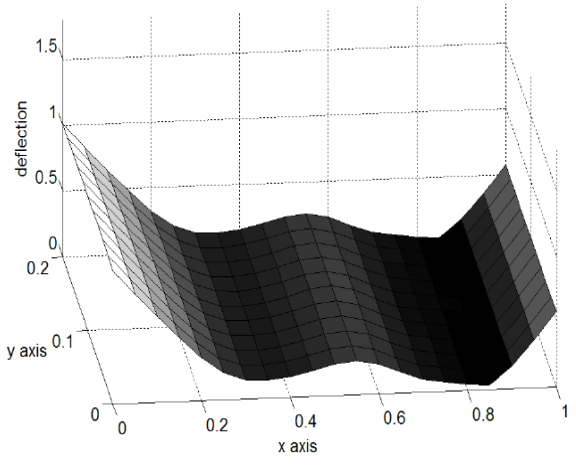
이때 K 는 분산 방정식(dispersion equation)에 의한 무한수심에서의 무차원 파수로 $\bar{k}\tanh\bar{k}\,\delta$의 형태로 정의한다. $\mathbf{A}$ 는 유체장과 구조체장을 직접적으로 연결하는 연성행렬(coupling matrix)이다.

3. 수치해석 결과

구축된 유탄성해석 기법을 검증하기 위해 Taylor의 수치해석 결과와 비교 검토하였다. 본 논문에서는 길이 대 폭 비가 5:1인 직사각형 평판에 대한 해석 결과를 제시하였다. 입사각은 구조물의 길이방향과 평행한 0°, 입사파랑의 파장길이는 구조물 길이의 절반으로 고정하였다. 파랑은 x/L이 1인 곳으로 입사한다.



(a) 수치해석 결과 비교



(a) 변형 형상

그림 1 직사각형 부유 평판의 수치해석 결과

수치해석 모델은 길이방향 20개, 폭방향 10개의 요소를 갖는다. Taylor의 경우 변형의 형상을 삼각함수로 합으로 근사하여 사용하는 Galerkin 법을 사용하였으며, 길이방향으로 16개, 폭방향으로 3개의 모드를 사용하였다. 그림 1. (a)와 같이 수치해석 모델의 유탄성해석 결과는 Taylor의 결과와 전반적으로 일치하였다. 그림 1. (b)는 부유 평판의 변형형상을 도시한 것이다. 보다 정확한 유체력 산정을 통해 유탄성 거동을 근사하기 위해서는 적절한 수의 요소망이 필요한 것으로 판단된다. 따라서 수치해석 모델의 수립과정에 기준이 되는 요소망에 따른 해석 수렴성(convergence)에 대한 연구가 요구된다.

4. 결론

본 연구에서는 주파수 영역에서 유한요소법을 이용하여 부유식 평판 구조물의 유탄성해석을 수행하였다. 구조체는 Reissner-Mindrin 평판 이론을 이용하였으며, 유체는 유체압을 직접 계산하도록 하는 최근의 경향을 반영하여 운동방정식을 구성하였다. 직사각형 평판에 해석 결과는 Taylor의 연구결과와 전반적으로 일치하였다. 유탄성해석 기법을 보다 깊이 이해하기 위해서는 다양한 요소망과 해석조건에 따른 수렴 특성에 관한 연구가 요구되며, Green 함수의 수치적분 시 발생하는 특이점 문제 역시 추가적인 연구가 필요하다.

참고문헌

Andrinov, A. (2004) Hydroelastic Analysis of Very Large Floating Structures, Ph.D thesis, Delft University of Technology

Bathe, K.J. (1996) *Finite Element Procedures,* Prentice Hall, New Jersey

Bishop, R.E.D., Taylor, R.E. (1973) On wave-induced stress in a ship executing symmetric motions, *philosophical Transactions of the Royal Society,* A275, pp. 1-32

Bishop, R.E.D., Price, W.G. (1983) An Introduction to Ship Hydroelasticity, *Journal of Sound and Vibration*, 87(3), pp. 391-407

John, F. (1950) On The Motion of Floating Bodies Ⅱ. Simple Harmonic Motions, *Communications in Pure and Applied Mathematics 3,* pp. 45-101

Kashiwagi, M. (1998) A B-spline Galerkin scheme for calculating the hydroelastic response of a very large floating structure in wave, *Journal of Marine Science and Technology,* 3, pp. 37-49

Khanakhpasheva, T.I. Korobkin, A.A. (2002) Hydroelastic behavior of compound floating plate in waves, *Journal of Engineering Mathematics,* 44, pp. 21-40

Mindlin, R.D. (1951) Influence of rotatory inertia and shear on flexural motion of isotropic elastic plate, ASME, *Hournal of Applied Mechanics,* 13, pp. 31-38

Taylor, R.E. (2007) Hydroelastic analysis of plates and some approximations, *Journal of Engineering Mathematics,* 58, pp. 267-278

Wang, C.D., Meylan, M.H. (2004) A higher-order-coupled boundary element and finite element method for the wave forcing of a floating elastic plate, *Journal of Fluids and Structures*, 19, pp. 557-572