

지역망설계에서 발생하는 다중링 선택문제를 위한 쌍대기반해법 A Dual-based Algorithm for Uncapacitated Ring Selection Problem Which Arises in Designing Regional Networks

민병석¹⁾, 이영옥²⁾, 김후곤³⁾, 차동완¹⁾

1) 한국과학기술원 테크노 경영대학원

2) 데이콤 종합연구소 교환전송연구팀

3) 경성대학교 경영정보학과

Abstract

We consider a network design problem which arises in designing regional network with ring/ring topology. Given conduit network, demand, candidate ring topology, proposed URSP (Uncapacitated Ring Selection Problem) determines set of rings which guarantee every demand flow at minimum cost. Also, we develop a dual based heuristic for URSP, and apply it to the real world problem.

1. 서론

멀티미디어서비스가 보편화됨에 따라서, 고속/대용량의 특성을 갖는 멀티미디어 서비스가 수요자에게 원활히 공급되기 위해서는 가입자망의 고도화가 필수적이다. 가입자망의 고도화를 위한 연구들이 FTTx, xDSL, WLL, HFC 등으로 활발히 진행되고 있지만, 대도시 환경에서 이러한 기술들은 독자적으로 적용되기는 어려우며, 지역백본망을 통해서 상호 연결/연동되어야 한다. 지역 백본으로는 이미 기간망에서 기술을 검증받은 SDH(Synchronous Digital Hierarchy) 광전송망기술이 유력하게 떠오르고 있다.

SDH표준을 따르는 망장비는 지원하는 망의 토폴로지에 따라서, 단대단(Point-to-Point)구조를 지원하는 TM(Terminal Mode Multiplexer), 링(Ring)구조를 지원하는 ADM(Add Drop Multiplexer), 메쉬(Mesh)구조를 지원하는 DCS(Digital Cross-connecting System)로 구분된다. 이 중 ADM을 이용한 SHR은 링크장애뿐만 아니라 노드장애에도 생존도를 보장하며, 장애복구가 신속하고, 안정적이고, DCS에 비해 가격이 저렴하기 때문에 지역망 구축에 유력한 대안으로 검토되고 있다. 본 연구에서는 ADM을 사용하여 가입자망을 구축할 때 생기는 문제를 다룬다.

2. 용량을 고려하지 않은 다중링 선택문제 (Uncapacitated Ring Selection Problem)

지역망설계를 위해서 이미 노드와 링크가 주어져 있음을 전제한다. 여기서 링크는 광케이블을 포설할 수 있는 관로망을 의미하며, 노드란 수요가 발생하는 지점을 의미한다. 구체적으로는 FTTO(Fiber To The Office)로 연결된 빌딩, HFC(Hybrid Fiber Coaxial)로 가입자에게 양방향서비스를 제공하는 CATV단국, WLL(Wireless Local Loop)기지국, 지역전화국 등을 포함한다.

그리고 후보링의 토폴로지는 사전적으로 주어진 것으로 가정한다. 이때 문제는 수요흐름이 보장되는 최소비용의 링집합을 구하는 것이다. 지역망이므로 링의 용량에 비해서 개별수요는 무시할 수 있을 정도로 작은 것으로 가정한다. 문제를 정의하기 위한 Notation과 정식화는 다음과 같다.

[Notation]

- c_r : 링 r의 설치비용.
- z_r : 링변수.
- x_{ij}^k : 흐름변수.
- R_{ij} : 아크 ij를 포함하는 링의 집합.

[P]

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{r \in R} c_r z_r \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{r \in R_{ij}} z_r - x_{ij}^k \geq 0, \quad k \in K, ij \in A, \\ & \sum_j x_{ji}^k - \sum_j x_{ij}^k = \begin{cases} -1, & \text{if } i = o(k) \\ 1, & \text{if } i = d(k), i \in V, k \in K, \\ 0, & \text{ow} \end{cases} \\ & z_r \in \{0, 1\}, x_{ij}^k \in R^+. \end{aligned}$$

제약(1)은 흐름이 흐르기 위해서는 반드시 해당링크를 지나는 링이 설치되어야 한다는 Forcing 제약이며, 제약(2)는 단위수요가 목적지까지 전달되어야 한다는 흐름균형제약(Flow Conservation Constraint)이다. URSP의 복잡도는, 임의의 Steiner Tree문제가 주어졌을 때 이 문제가 URSP의 특수한 경우로 치환됨을 보임으로서, NP-hard에 속함을 증명할 수 있다. 즉, 임의의 Steiner Tree 문제에서, 주어진 non-Steiner노드 상호간에 단위수요가 존재하고, 후보링의 토폴로지를 Steinet문제에서 에지로 연결된 두 노드만을 연결하는 형태로 구성하면, URSP문제의 특수한 경우가 된다.

본 문제는 BSHR을 사용하는 경우로 정식화되어 있지만, Forcing제약을 선별적인 아크에 대해서 각각 정의함으로써, USHR을 사용하는 경우로 쉽게 변형이 가능하다. 한편 지역망에 집중국이 주어진 경우와 주어지지 않은 경우로 나누어본다면, 본 문제는 후보링의 토폴로지가 주어졌으므로 양자 모두를 반영한 것으로 볼 수 있다.

3. 쌍대기반해법 (Dual-based Algorithm)

전절에서 제시한 URSP를 풀기위한 방안으로 쌍대기반 해법을 제시한다. 쌍대기반해법은 Erlenkotter에 의해서 제안된 이후([1]) 다양한 문제들에 적용되었고, 일반적으로 용량을 갖지 않는 네트워크설계(Uncapacitated Network Design)문제에서 효과적이라고 알려져 있다. 본 알고리즘은 Balakrishnan의 Labeling Dual Ascent 방법([2])과 유사한 구조를 갖는다. URSP의 LP완화문제를 [PL]이라고 하면, [PL]의 쌍대문제 [P]는 다음과 같다. 모든 수요쌍에 대해서 $v_{\alpha(k)}^k$ 를 0으로 놓았다.

[Notation]

- w_{ij}^k : Forcing 제약의 쌍대변수.
- v_i^k : 흐름균형제약의 쌍대변수.
- A_r : 링 r에 속하는 아크집합.

[D]

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{k \in K} v_{\alpha(k)}^k \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{k \in K} \sum_{ij \in A_r} w_{ij}^k \leq c_r, \quad r \in R, \\ & -w_{ij}^k - v_i^k + v_j^k \leq 0, ij \in A, k \in K, \\ & w_{ij}^k \geq 0, v_i^k \text{ unrestricted.} \end{aligned}$$

쌍대문제는 최단경로문제로 해석이 가능하다. 제약(1)을 만족하는 w_{ij}^k 가 주어져 있다고 하자. 이후 제약(1)을 제거하면 문제는 k개의 독립적인 부분 문제로 나뉘어진다 ; 그리고 부분 문제는 w_{ij}^k 를 거리로 하는 최단경로문제의 쌍대문제가 된다. 쌍대기반해법은 최단경로값을 증가시키기 위해서 특정한 수요쌍/에지에 대항하는 쌍대변수 w_{ij}^k 의 값을 반복적으로 증가시킨다. 수행과정동안 제약

(1)을 지속적으로 만족시키기 위해서 제약(1)에 대응되는 잔여변수 s_r 를 도입하였다. 즉, $s_r = c_r - \sum_{k \in K} \sum_{ij \in E_r} w_{ij}^k$ 가 된다.

최단거리 $v_{d(k)}^k$ 를 증가시키기 위해서는 반드시 거리 w_{ij}^k 를 증가시켜야 한다. 하지만 증가하는 거리 w_{ij}^k 가 현재의 최단경로상에 있지 않으면 최단거리를 증가시키지 못한다. 더구나 0의 잔여변수를 갖는 링에 대해서는 더 이상 증가시킬 수도 없다. 임의의 아크가 어떤 수요쌍 k 에 대해서 최단 경로상에 놓여있는지 여부를 검사하기 위해서 다음의 cutset를 정의하고 수행과정동안 유지한다. 이때 집합 $N(k)$ 를 '수요쌍 k 의 labeled 노드집합'이라고 부르도록 한다.

- $A(k)$: 수요쌍 k 의 origin, destination을 절단하는 에지집합.
- $N(k)$: 수요쌍 k 의 destination을 포함하는 노드부집합.

[Dual Ascent]

Step 0 : [Initialization]

$$N(k) = \{d(k)\}, k \in K.$$

$$s_r = c_r.$$

$$z_D = 0.$$

Step 1 : [Labeling Cycle]

For $k = 1, \dots, K$ that satisfy the property that the root node 1 is not in $N(k)$

$$\delta = \min \{s_r / |E_c \cap E_r| : r \in R_{ij}, (i, j) \in E, j \in N(k), i \notin N(k)\};$$

$$i^* = \arg \min s_r / |E_c \cap E_r|;$$

while (\exists unsubtracted edge) do

$$s_r = s_r - \delta \times |E_c \cap E_r|, \forall r \in R_{ij}, (i, j) \in E' \text{ with } i \notin N(k), j \in N(k);$$

end

$$z_D = z_D + \delta;$$

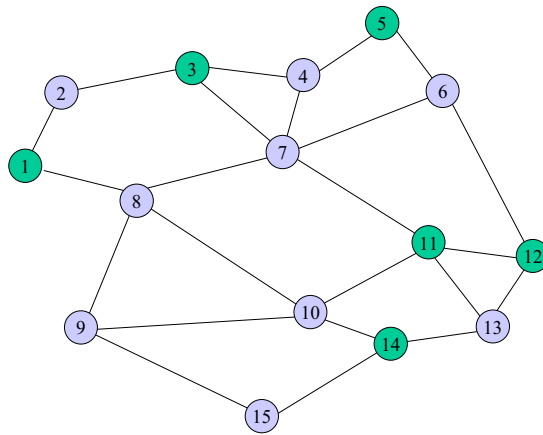
$$N(k) = N(k) \cup \{i^*\}.$$

If the root node is labeled for all commodity, **STOP**; else repeat Step 1.

한편 이렇게 구한 하한값(즉, 쌍대해)은 최대한 본문제의 LP완화문제의 목적식의 값을 초과할 수 없으므로 이 해를 가지고 본문제의 가능해(Feasible Solution)를 구하는 과정이 필요하다. 이 과정은 Complementary Slackness(CS)조건을 사용하여 해결할 수 있다. 즉, [D]의 제약(1)에 대응되는 CS조건은 $z_r (\sum_{k \in K} \sum_{ij \in E_r} w_{ij}^k - c_r) = 0$ 이다. 따라서 쌍대과정의 최종해에서 제약(1)을 Tight하게 채우는 링만을 선택하면 된다. 하지만 쌍대문제의 제약(1)이 상당수 포화(Saturation)되었을 경우에는 CS조건을 통해서 선택되는 링이 minimal하지 않을 수 있다. 이 경우를 대비하여 제약(1)을 tight하게 만족하는 링을 비용기준으로 순차적으로 선택한 후, 링교환을 통해서 가능해를 얻도록 하였다.

4. 사례연구

위에서 개발한 쌍대기반해법을 실제 망설계문제에서 발생하는 문제에 적용한 결과를 제시한다. 실제 대상으로 한 망은 노드 15개 에지 23개의 크기이며, 토폴로지는 <그림 1>과 같다. 그리고 수요쌍은 [표 1]에, 후보링의 토폴로지는 [표 2]에 각각 주어져 있다.



<그림 1> 망토폴로지

[표 1] 수요쌍

origin	destination
7	9
9	10
2	7
4	7
6	7
8	9
15	9
10	13

[표 2] 후보링 토폴로지

링	토폴로지	비용	링	토폴로지	비용
1	1,2,3,7,8	58	11	3,4,5,6,7	52
2	3,4,7	33	12	7,8,9,10,11	62
3	4,5,6,7	45	13	6,7,8,10,11,12	73
4	8,9,10	40	14	9,10,11,13,14,15	70
5	7,8,10,11	50	15	10,11,12,13,14	51
6	6,7,11,12	47	16	1,2,3,7,11,10,8	75
7	9,10,14,15	52	17	4,5,6,12,11,7	68
8	10,11,13,14	47	18	8,10,14,15,9	61
9	11,12,13	30	19	7,8,9,15,14,13,11	95
10	1,2,3,4,7,8	65	20	6,7,8,10,14,13,12	88

이 문제를 해결한 결과 후보링 3, 10, 18, 20이 선택되었으며, 이 때 쌍대값은 240, 본문제의 가능해값은 252으로, 쌍대차는 5%로 나타났다.

5. 결론

본 연구에서는 ADM SHR을 이용한 지역망 설계를 위한 모형으로서 URSP를 혼합정수 계획 모형으로 제시했고, 이 문제의 복잡도를 Steiner문제와 연결하여 증명할 수 있음을 보였다. 그리고 이 문제가 용량을 갖지않는 망설계문제라는 점에 착안하여 쌍대기반 해법을 개발하였다. 그리고 이를 실제 망설계문제 자료를 대상으로 적용한 결과 상당히 좋은 결과를 얻었다. 한편 본문제는 관로망과 후보링의 토폴로지가 주어진 것으로 보았으나, 현실적으로 지역망을 설계하는데 있어서는 관로망조차 주어져 있지 않은 경우를 상당히 겪게 되므로, 향후 후보링의 도출과, 관로링크의 선택을 동시에 해결할 수 있는 모형 및 해법의 개발이 필요할 것이다.

6. 참고문헌

- [1] D. Erlenkotter, A Dual Based Procedure for Uncapacitated Facility Location Problem, Operations Research, Vol.26, pp.992-1009, 1978.
- [2] A. Balakrishnan et al, A Dual Ascent Procedure for Large Scale Uncapacitated Network Design, Management Science, Vol.40, No.5, pp.567-581, 1989.