

박막 셸 구조물의 충돌해석

(Crash analysis of thin shell Structure Considering the Strain Rate Hardening Effect)

강우종*, 허 훈 (한국과학기술원 기계공학과)

Woo-Jong Kang, Hoon Huh (KAIST)

Key Words : Hopkinson bar, Explicit Finite Element Method (외연적 유한요소법), Strain rate hardening (변형률 속도 경화), Constitutive relation (구성 방정식), Crashworthiness (충돌해석)

ABSTRACT : A split Hopkinson bar could be used for obtaining high strain rate material properties of sheet metals for an auto-body. In high speed tensile test of sheet metals, a new tension split Hopkinson bar is needed. From the experiments with the new apparatus, the material properties of sheet metals in the high strain rate have been acquired. The experimental results are used to obtain the constitutive relation of sheet metals. The results show that the strain rate hardening effect for sheet metals can not be described by the original Johnson-Cook constitutive relation. This relation has been modified to include a higher-order term for the hardening effect. The constitutive relations obtained are used to simulate a square tube to know the energy absorption and impact force. The analysis is performed with elasto-plastic shell element. The strain rate effect is an important factor in crashworthiness.

1. 서 론

유한요소법을 이용한 해석에는 구조물을 구성하고 있는 재료의 구성방정식이 필요하며, 특히 자동차, 항공기 등의 차체 구조물의 충돌해석을 위해서는 변형률 속도 효과가 고려된 구성방정식이 필요하다. 그러나 많은 경우에 있어서 동적 실험을 이용하여 구성방정식을 구하는 데는 어려움이 있기 때문에 정적인 물성치를 이용하여 충돌해석을 수행하여 왔다. 그러나 해석 결과를 바탕으로 구조물의 충돌 안정성을 확보하기 위해서는 보다 정확한 재료의 물성치의 확보가 필요하게 되며 그에 따른 적절한 시험 방법이 요구된다고 할 수 있다.

재료의 동적 항복 응력을 결정하기 위한 대표적인 시험 방법으로 Taylor 봉 충격 시험⁽¹⁾과 홉킨슨 바 시험법이 있다. 홉킨슨 바 시험은 주로 압축시험에 사용되어왔으며, Harding 등⁽²⁾에 의하여 인장 시험에도 적용되어졌지만, 인장 시험은 압축 시험에 비하여 많은 연구가 진행된 편은 아니다. Lindholm 과 Yeakley⁽³⁾, Nicholas⁽⁴⁾에 의하여 인장형 홉킨슨 바 시험에서의 오차 요인이 분석 되었으며, Staab 와 Gilat⁽⁵⁾은 봉형 시편의 기하학적 형상에 관한 연구를 수행하였다. 이러한 인장형 홉킨슨

바 시험기는 그림 및 시편의 형상 때문에 많은 연구가 필요한 부분이다⁽⁶⁾.

국내에서도 홉킨슨 바 시험법을 이용한 동적 물성치 실험방법이 사용되고 있으며, 주로 압축형 홉킨슨 바를 이용한 구리 및 복합재료 등에 대한 고속 변형거동에 대하여 연구되었다⁽⁷⁻⁹⁾. Kang 등⁽¹⁰⁻¹¹⁾은 최근 인장형 홉킨슨 바를 이용하여 자동차용 금속 박판의 고속 인장 시험을 수행하였으며, 자동차용 강판의 동적 구성방정식을 제안 하였다.

본 논문에서는 차체 구조물의 충돌 해석을 수행하고자 하며, 셸 요소를 이용한 외연적 유한요소법을 사용하였다. 해석에 필요한 물성치를 얻기 위하여 인장형 홉킨슨 바 시험기를 사용하였으며, 자동차용 냉연강판의 고속 인장 시험을 수행하여 그 결과를 구성방정식으로 구하여 충돌해석에 적용하였다. 동적 구성방정식은 Johnson-Cook 이 제안한 모델을 적용하였다.

2. 외연적 탄소성 유한요소 수식화

외연적인 방법에서는 시간 간격의 크기가 해의 안정성에 직접적인 영향을 주게 되므로 일반적으로 내연적인 방법보다 훨씬 작은 시간 간격을 가지고 해석을 수행하게 된다. 이와 같은 이유로 인

하여 충격파의 전파 거동을 관찰하기 위한 해석에서는 외연적 유한요소법이 적합하며, 구조물의 관성 효과가 관심의 대상인 문제에서는 내연적 유한요소법이 적합하다고 할 수 있다. 그러나 구조물의 형상이 복잡해지면 상대적으로 해석에 많은 시간이 필요하고 용량이 커지게 되므로, 충돌 해석의 경우처럼 기하학적 및 재료의 비선형성이 강한 문제에서는 내연적 유한요소법 보다 외연적 유한요소법이 더욱 많이 사용되고 있다.

2.1 유한요소 수식화

지배방정식의 양변에 가상변위를 곱하여 적분한 후 발산 정리를 이용하게 되면 다음과 같은 가상일에 의한 약형을 구할 수 있다.

$$\int_{\Omega} \rho^0 a_i^t \bar{u}_i d\Omega = \int_{\Omega^e} \rho^0 b_i^t \bar{u}_i d\Omega + \int_{\Gamma_f} f_i^t \bar{u}_i d\Gamma - \int_{\Omega^e} \sigma_{ij}^t \bar{u}_{i,j} d\Omega, \quad \forall \bar{u}_i \quad (1)$$

such that $\bar{u}_i = 0$ on Γ_d

위 식을 n 개의 연속체 요소로 유한요소 수식화를 하면 다음과 같다.

$$\sum_{m=1}^n \int_{\Omega^{(m)}} v^0 N_{KL} A_{Lj}^t N_{Kj} d\Omega = \sum_{m=1}^M \left\{ - \int_{\Omega^{(m)}} \sigma_i^t B_{ij} d\Omega + \int_{\Gamma_f^{(m)}} F_K^t N_{Kj} d\Gamma + \int_{\Omega^{(m)}} \rho^0 B_K^t N_{Kj} d\Omega \right\} \quad (2)$$

여기서 σ_j^t 는 응력 벡터이며, B_{ij} 는 유한요소 수식화에서 변형률-변위 관계를 나타내는 행렬이다. N_{KL} 는 요소의 형상함수 행렬이며, A_L^t , F_K^t 및 B_K^t 는 각각 절점에서의 가속도 벡터, 표면력 벡터 및 물체력 벡터를 나타낸다. 질량법을 적용하여 질량행렬을 대각화하면 식 (2)는 다음의 식 (3)과 같이 독립적인 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$a^n = M^{-1}(P^n - F^n + H^n) \quad (3)$$

시간 t^{n+1} 에서의 동적 평형 상태를 찾기 위하여 외연적 시간 적분법인 중양 차분법을 이용하였다.

2.2 탄소성 쉘 요소

자동차 차체 구조물은 대부분 박막구조로 되어 있기 때문에, 두께방향으로의 적절한 가정을 도입한

쉘 요소를 적용하여 해석을 하는 것이 연속체 요소를 사용하는 것에 비하여 보다 효율적이라 할 수 있다.

시간 증분 Δt 동안 전체 변위에서 강제 운동에 의한 변위를 효율적으로 배제하기 위해 Belytschko 등⁽¹²⁻¹⁴⁾이 제안한 corotation 좌표계를 다음과 같이 도입하였다. 여기서 위 첨자 \sim 는 지역좌표계에서 정의된 물리량을 의미한다.

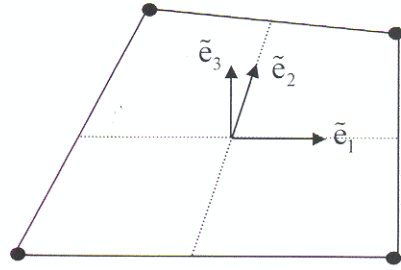


Fig. 1 Corotational coordinate.

광역좌표계와 지역좌표계의 변환은 다음의 방향코사인 행렬에 의하여 정의될 수 있다.

$$\tilde{x}_i = R_{ij} x_j \quad (4)$$

여기서

$$R_{ij} = \tilde{e}_i \cdot e_j \quad (5)$$

이다.

지역좌표계에서 변형률 속도 텐서는 다음의 식 (6)과 같이 정의된다.

$$\dot{\tilde{\epsilon}}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial \tilde{x}_j} + \frac{\partial \tilde{v}_j}{\partial \tilde{x}_i} \right) \quad (6)$$

쉘 내의 응력률은 일반적으로 다음의 구성방정식에 의해 결정된다.

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{ij} = F(\dot{\tilde{\epsilon}}_{ij}) \quad (7)$$

여기서 F 는 재료에 따른 구성방정식이다. 쉘 요소의 각 절점에서의 내력벡터는 다음의 식 (8)과 같이 가상일률의 원리를 적용하여 구할 수 있다.

$$\delta \theta_i m_i + \delta V_i f_i = \int_{V^e} \delta \tilde{\epsilon} \tilde{\sigma} dv \quad (8)$$

여기서 θ_i, m_i 는 각각 절점에서의 각속도 성분과

모멘트 성분을 나타내며, v_1, f_1 는 속도벡터와 힘을 나타낸다.

3. 자동차용 강판의 구성방정식

자동차 충돌해석을 위한 정확한 물성치를 확보하기 위하여 준 정적 및 고속 인장시험을 수행하였다. 이러한 금속박판의 고속 물성치는 대부분 그 물성치를 확보하기에 많은 어려움이 있다. Zhao 와 Gary⁽¹⁵⁾에 의하여 압축형 홉킨슨 바를 이용한 금속박판의 고속 시험이 수행되어지긴 하였지만, 금속 박판을 접촉하여 압축시험을 만들었기 때문에 얻어진 물성치에는 적절하지 못한 시험의 사용으로 인한 오차가 포함되었을 것으로 생각된다. 본 연구에서는 Fig. 2 와 같이 인장형 홉킨슨 바를 제작하였으며, 자동차 차체 성형용 강판의 고속인장 시험을 수행하였다.

이러한 시험 결과를 바탕으로 어떤 기계적 문제를 해석하고자 할 경우, 관련된 재료의 거동을 잘 나타낼 수 있어야 한다. 재료거동을 완벽하게 나타낼 수 있는 수학적인 해는 찾기 어려우며, 전이 이론에 의한 방법이 사용되기도 한다. 그러나 이러한 전이 이론에 기초한 구성방정식은 유한요소 코드에의 적용이 어렵기 때문에 많은 경우에 있어서 실험적인 방법을 통하여 구하여진 구성방정식을 쓰고 있다. 이와 같이 실험을 통하여 얻어진 구성방정식은 특정 변형률 속도 범위에서 성립하게 되므로 사용상에 많은 주의를 요하게 되며, 실험을 통하여 검증된 변형률, 변형률 속도 범위를 벗어날 경우 외삽법에 의하여 사용이 가능하지만 그 타당성에 대한 충분한 검토가 이루어져야 한다^[16]. 이러한 실험식들은 많은 경우 재료 거동을 변형률 경화, 변형률 속도 경화 및 열적 연화 효과로 구분하고 각각의 영향을 서로 독립적인 항으로 수식화 한 후 재료거동을 표현하고 있다.

Johnson-Cook 구성방정식은 이러한 실험식에 근거한 대표적인 구성방정식 중의 하나로써 Ludwick 방정식을 기초로 하여 재료의 동적 거동을 나타낸 식이다. 이 구성방정식은 log 함수를 이용하여 변형률 속도 민감도를 표현하고 있으며, 보통 변형률 속도가 1/sec 인 경우에 대하여 정규화를 하여 사용하게 된다.

Johnson-Cook 구성방정식은 다음과 같은 식으로 표현 된다.

$$\sigma = [A + B\epsilon^n][1 + C \ln \dot{\epsilon}][1 - T^{*m}] \quad (9)$$

여기서

$$T^* = \frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}} \quad (10)$$

이다.

Fig. 3 의 점선에서 보여지는 바와 같이 기존의 Johnson-Cook 구성방정식에서는 변형률 속도에 대한 민감도를 log 선도 상의 일차함수로 근사하였다. 그러나 이것은 금속 박판의 경우에는 잘 일치하지 않는 것으로 나타났으며, 본 연구에서는 Fig. 3 의 실선과 같이 log 선도상의 2 차 곡선으로 수정 근사화 하였다. 이것은 식 (11)로 표현된다.

$$\sigma = [A + B\epsilon^n][1 + C_1 \ln \dot{\epsilon} + C_2 (\ln \dot{\epsilon})^2][1 - T^{*m}] \quad (11)$$

2 차 곡선을 사용하게 되면 준 정적인 경우 및 고 변형률 속도 상태에서도 시험 데이터와 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 또한 이차 곡선의 특성상 변형률 속도 1/sec~3500/sec 인 구간에서는 선형 근사보다 낮은 유동응력을 예측하게 되며, 그 이외의 변형률 속도구간에서는 높은 값을 예측하게 된다. 그러나 이러한 차이는 그리 크지 않으며 단지 이차 근사를 함으로서 준 정적인 경우까지 한 개의 수식으로 재료거동을 나타낼 수 있게 되는 이점이 있다.

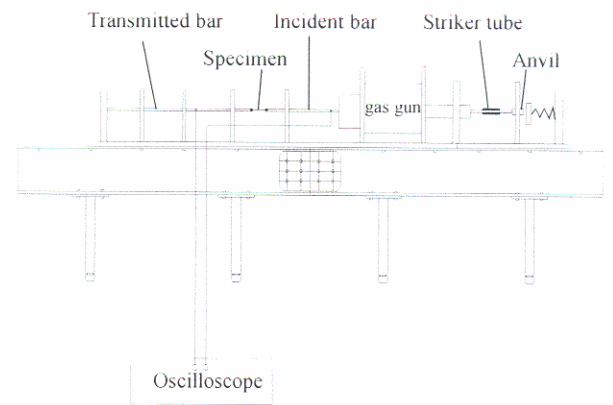


Fig. 2 Schematic description of the tension split Hopkinson bar apparatus

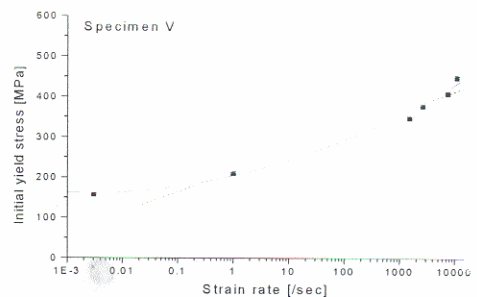


Fig. 3 Initial yield stress vs. strain rate.

각각의 재료에 대하여 결정된 Johnson-Cook 구성 방정식 및 수정된 구성방정식의 상수들은 Table. 1 과 같다. Fig. 3 은 구성방정식에 의하여 계산된 응력 변형률 선도를 나타내며 실험으로 데이터를 얻을 수 없는 구간에 대하여도 응력-변형률 선도를 그려보았다.

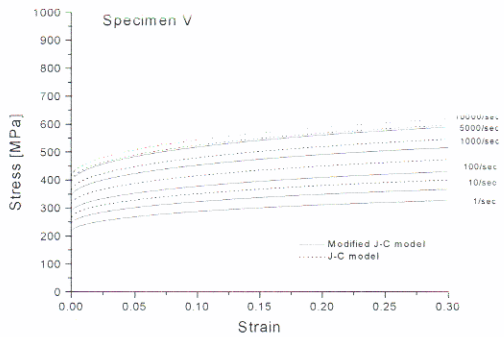


Fig. 4 Stress-strain curve estimation with constitutive equations.

일반적으로 자동차 충돌시 얻어지는 재료의 변형률 속도는 대략 10/sec-300/sec 정도⁽¹⁷⁾이다. 그러나 많은 경우 재료는 1/sec-5000/sec 의 구간에서 변형률 속도에 대한 재료 거동이 일차 근사 또는 이차 근사와 크게 다르지 않으며 단지 변형률 속도가 10^4 /sec 이상일 경우 재료 거동이 급격히 변하여 정수압 상태의 거동을 하는 것으로 알려져 있으므로, 본 연구에서 구하여진 구성 방정식을 충돌해석에 충분히 이용할 수 있다고 생각된다.

4. 박판 4 각 튜브의 충돌해석

차량의 충돌현상을 해석하기 위하여 자체부재 중 충돌에너지 흡수하는 부재에 대한 해석이 필요하게 되며, 많은 경우에 4 각 튜브형태로 근사화된 형태의 부재에 대한 해석이 진행되어져 왔다. 이러한 4 각 튜브는 후폭비와 플랜지의 영향에 의하여 좌굴 모드가 발생하게 되며, 정확한 압괴모드에 대한 분석이 필요하게 된다⁽¹⁸⁾.

4 각 튜브의 충돌해석은, Fig. 5 에 나타난 바와 같이 48km/h 의 초기속도를 갖는 강체 벽이 한 변 폭이 40mm 이고 두께가 1.3mm 인 사각 튜브에 충돌하는 것으로 하였다. 이 때 4 각 튜브의 반대쪽은 모든 자유도를 구속하여 해석을 수행하였다. 재료는 SPEN 의 대한 Johnson-Cook 구성방정식과 정적인 구성방정식을 적용하였다. 좌굴 모드를 발생시키기 위하여 충돌단 부근에 적절한 결함

(imperfection)을 부과하여 해석하였다.

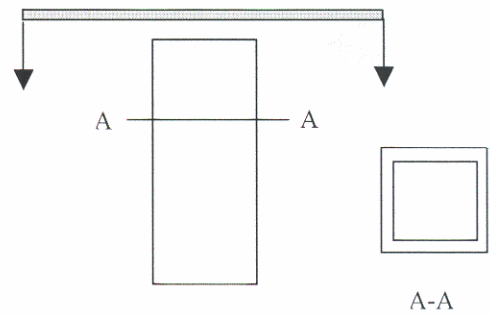


Fig. 5 Schematic description of a square box beam.

Fig. 6 은 구성방정식에 따른 4 각 튜브의 변형 양상을 보여주고 있다. 압괴모드가 발생하여 변형이 집중되기 시작하므로, 최종적인 변형 양상은 변형률 속도 효과에 크게 영향을 받지 않는 것으로 나타났다. 그러나 변형률 속도 효과를 고려하지 않은 경우에 최종적인 변형량은 더 많은 것으로 나타났다. Fig.7 은 강체 벽이 4 각 튜브로부터 받는 반력을 시간에 따라 그려본 그림이다. 이 경우에는 변형률 속도 경화 효과가 고려될 경우 강체 벽의 충격 반력이 변형률 속도 경화가 없는 경우에 비하여 증가하는 것을 볼 수 있다.

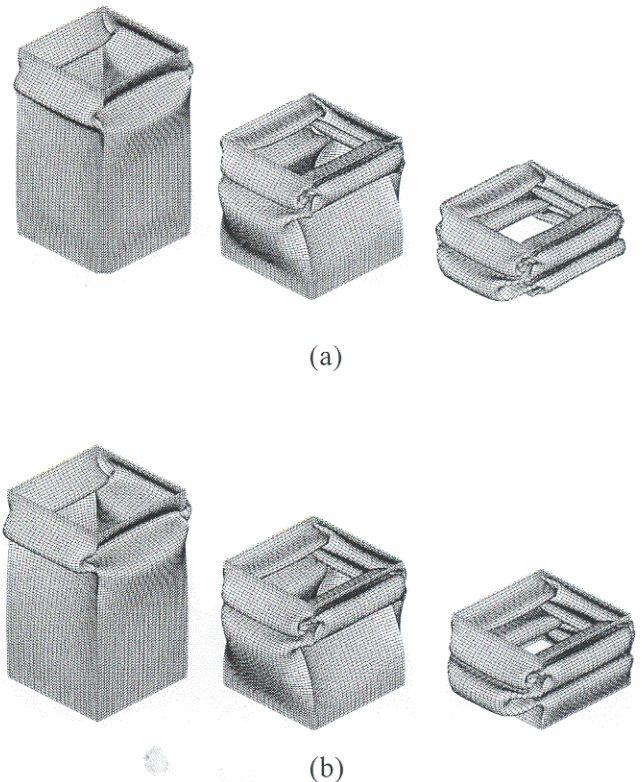


Fig. 6 Deformed shapes of square tube: (a)quasi-static model; (b) Johnson-Cook model;

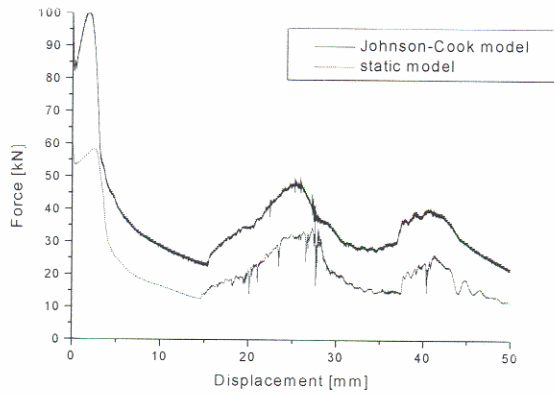


Fig. 7 The reaction force at the rigid wall with respect to constitutive models

충돌 초기에는 충돌 단 부근의 변형률 속도가 다른 부분에 비하여 상당히 크기 때문에, 충격 반력에 있어서 큰 차이를 보이고 있다. 그러나 변형이 점차 진행하여 국부적으로 집중하게 되면 다른 부분에 비하여 곡률부의 변형률 속도가 크게 증가하지만, 응력파의 수 차례에 걸친 왕복으로 전체적으로는 변형이 균일하게 분포하여 변형률 속도는 크게 낮아지게 된다. 따라서 변형이 진행될수록 변형률 속도 효과가 충격력에 미치는 영향은 작아지게 된다.

Table 1. Constants in the original and modified Johnson-Cook constitutive relation for sheet metals

	Quality	A (MPa)	B (MPa)	n	C	C ₁	C ₂	m
Specimen I	Trip60	432	800	0.59	0.0746	0.0303	0.0120	0.547
Specimen II	CHSP40E	290	556	0.49	0.1447	0.0600	0.0237	0.357
Specimen III	CQ	255	460	0.47	0.1831	0.0729	0.0289	0.437
Specimen IV	DDQ	220	450	0.49	0.2456	0.0978	0.0388	0.367
Specimen V	DQ	219	416	0.48	0.2227	0.0878	0.0348	0.323
Specimen VI	EDDQ	220	414	0.49	0.2503	0.0997	0.0395	0.327
Specimen VII	CHSP35R	284	456	0.48	0.1323	0.0525	0.0208	0.428
Specimen VIII	Trip80	470	940	0.43	0.0502	0.0200	0.0079	0.574
Specimen IX	DQ	811	634	0.40	0.0107	0.0045	0.0018	1.04

Fig. 7의 변위-하중 선도의 면적을 구하여 4 각 튜브의 변형에너지를 계산하면, 변형률 속도 효과를 고려했을 경우에는 약 1852 J의 충격에너지를 흡수한 것으로 나타났으며, 변형률 속도 효과를 고려하지 않은 경우에는 약 1117 J의 에너지를 흡수한 것으로 계산되었다. 따라서 해석을 바탕으로 구조물의 충격에너지 흡수율을 계산하기 위해서는 변형률 속도 효과를 고려한 해석이 이루어져야 할 것으로 생각된다. 이와 같은 사각 튜브의 충돌 해석시 최대 변형률 속도는 충돌단 부근에서 대략 300/sec 이므로 수정된 구성방정식을 적용한 경우에는 Johnson-Cook 모델을 사용한 경우에 비하여 그 값이 적게 나올 것으로 생각된다. 이는 변형률 속도 범위가 1-5000/sec 이었으므로 Fig. 3에서 보는 바와 같이 변형률 속도 경화 효과를 Johnson-Cook 모델에 비하여 낮게 계산하기 때문이다.

5. 결론

자동차 구조용 금속박판의 저속 및 고속 인장 시험을 통하여 구성방정식을 구하였으며, 이를 유한요소해석에 적용하여 자동차 부재의 충돌 해석을 수행하였다. 기존의 Johnson-Cook 모델은 자동차용 강판의 경우 잘 맞지 않는 것으로 나타났으며, 변형률 속도 경화 항을 이차식으로 근사할 경우 시험 결과와 잘 일치하는 것으로 나타났다. 이러한 구성방정식을 적용한 4 각 튜브의 유한요소 해석을 통하여, 변형률 속도 경화 효과를 고려할 경우 그렇지 않은 경우에 비하여 흡수된 에너지 및 충격 반력에 있어서 큰 차이를 보이고 있음을 살펴보았다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 특정연구비(과제번호 98-0200-01-01-5)에 의하여 연구한 결과 중 일부이며 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) Johnson, G. R. and Holmquist, T. J., 1988, "Evaluation of cylinder-impact test data for constitutive model constants," *J. Appl. Phys.*, Vol. 64, No. 8, pp. 3901-3910.
- (2) Harding, J., Wood, E. O. and Campbell, J. D., 1960, "Tensile Testing of Materials at Impact Rates of Strain," *Journal of Mechanical Engineering and Science*, Vol. 2, pp. 88-96.
- (3) Lindholm, U. S., and Yeakley, L. M., 1968, "High Strain-rate Testing : Tension and Compression," *Experimental Mechanics*, Vol. 8, pp. 1-9.
- (4) Nicholas, T., 1981, "Tensile Testing of Materials at High Rates of Strain," *Experimental Mechanics*, May, pp. 177-185
- (5) Staab, G. H. and Gilat, A., 1988, "A Direct-tension Split Hopkinson Bar for High Strain-rate Testing," *Experimental Mechanics*, Vol. 31, pp. 232-235.
- (6) Li, M., Wang, R. and Han, M. B., 1993, "A kolsky Bar: Tension, Tension-tension," *Experimental Mechanics*, March, pp. 7-14.
- (7) Chung, D. T., 1994, "Split Hopkinson Pressure Bar Technique for Stress-strain Measurement," *대한기계학회 춘계학술대회 논문집 A*, pp. 33-41.
- (8) 전병선, 유요한, 1998, "E-glass/phenol 복합재료의 고속압축변형에 관한 실험적 고찰," *대한기계학회 춘계학술대회논문집 A*, pp. 1-5.
- (9) 이억섭, 김종호, 유승석, 정주호, 한만준, 김해수, 1998, "홉킨슨 압력봉 방법을 이용한 복합재료의 동적 응력-변형률 거동," *대한기계학회 춘계학술대회 논문집 A*, pp. 60-65.
- (10) Kang, W. J., Cho, S. S., Huh, H. and Chung, D. T., 1997, "High Strain Rate Tensile Test of Sheet Metals with a New Tension Split Hopkinson bar," *대한기계학회논문집 (A)* Vol. 21, No. 12, pp. 2209-2219.
- (11) Kang, W. J., Cho, S. S., Huh, H. and Chung, D. T., 1998, "Identification of Dynamic Behavior of Sheet Metals for an Auto-body with Tension Split Hopkinson Bar," SAE Int. Congress, Detroit, U.S.A.
- (12) Belytschko, T., Lin, J. I. And Tsay, C. S., 1984, "Explicit Algorithms for the Nonlinear Dynamics of Shells," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 42, pp. 225-251.
- (13) Belytschko, T., Wong, B. L. and Chiang, H. Y., 1992, "Advances in one-point quadrature shell element," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 96, pp. 93-107.
- (14) Belytschko, T. and Leviathan, I., 1994, "Physical stabilization of the 4-node shell element with one point quadrature," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 113, pp. 321-350.
- (15) Zhao, H. and Gary, G., 1996, "The testing and behavior modeling of sheet metals at strain rates from 10^{-4} to $10^4 s^{-1}$," *Materials Science and Engineering*, A207, pp. 46-50.
- (16) Meyers, M. A., Murr, L. E. and Staudhammer, K. P., 1992, *Shock-wave and High-strain-rate phenomena in materials*, Marcel Dekker, New York, pp. 49-68.
- (17) Ambrosio, J. A. C., Seabra Pereira, M. F. O. and da Silva, F. P., 1997, *Crashworthiness of Transportation Systems: Structural Impact and Occupant protection*, Kluner Academic Press.
- (18) Abramowicz, W. and Jones, N., 1986, "Dynamic Progressive Buckling of Circular and Square Tubes," *Int. J. Impact Engng*, Vol. 4, No. 4, pp.243-270.