

곡면형상을 가지는 분말자석 단조성형공정에서의 예비성형체 설계

김승호*, 이충호*, 허 훈*, 안길수**, 송치용**

Preform design for powdered magnet sinter-forging process with curved shape

Seung-Ho Kim*, Choong-Ho Lee*, Hoon Huh*, Gil-Su Ahn**, Chi-Yong Song**

Abstract

Permanent magnets of Nd-Fe-B group have kept a key post in the permanent magnet market and used in various parts. Tube Process is a process to produce permanent magnets using deformable tube. It is difficult to manufacture permanent magnets from Nd-Fe-B green powder with the Tube process due to folding resulting from high height reduction and localized densification. In this paper, preform design of the Tube Process is carried out in the direction of reducing folding and increasing uniform densification. Selective reduced integration scheme and directional reduced integration scheme are used to reduce zero energy mode.

Key Words : 분말자석, 예비성형체, 치밀화, 선향적 저감적분법

1. 서론

Nd-Fe-B 계 영구자석은 1984 년 처음으로 상품화된 이래 세계 영구자석 시장을 선도하는 중요한 강자성 재료로 부상하였고, 앞으로도 매년 12~15%의 고성장이 지속될 것으로 전망되는 분야이다. Nd-Fe-B 계 자석의 대표적 제조 방법에는 벌크자석의 제조에 유리한 소결법과 이방성을 가진 자석의 제조에 유리한 GM Process 및 고에너지 수지 자석의 제조가 가능한 HDDR 법 등이 있고, 국내에서 개발된 튜브제조법(Tube Process)이 있다. 튜브제조법은 기존의 방법에 비하여 변형 가능한 튜브를 사용하여 치밀화와 이방화를 한번에 할 수 있는 제조법이다. 이 방법을 이용하여 Nd-Fe-B 계 영구자석을 제조 할 때에는 예비성형체로부터 약 70~75%의 높이 감소를 수반하는 공정이 필요하다. 변형 가능한 튜브를 사용하기 때문에 튜브의 접힘 현상으로 인하여 유효 자석 면적이 감소하게 되고, 높이 감소율이 크기

때문에 국부적인 치밀화 현상이 발생하게 된다. 본 논문에서는 튜브제조법에서 튜브의 접힘 현상을 감소시키고, 균일한 치밀화가 가능하도록 예비성형체를 설계하여 보았다. 적분 방법은 선택적 저감적분(Selective reduced integration)법을 사용하였는데, 체적변형항을 적분하는데 있어서 일반적으로 사용하는 저감적분(Reduced integration)법을 사용하게 되면 요소잠금을 방지할 수 있으나 문제에 따라서 무 에너지 모드가 생겨 날 수 있게 되므로 선향적 저감적분(Directional reduced integration)법을 사용하여 해석을 수행하였다.

2. 이론적 전개

2.1 지배방정식

분말자석의 항복조건식을 편차응력의 제 2 차 불변항 J_2 '의 항과 응력텐서의 제 1 차 불변항 J_1 의 항 및 항복 응력의 항으로 나타내면 다음과 같다^[1].

$$f(\sigma_{ij}) = AJ_2 + BJ_1^2 = \eta Y_b^2 = \bar{\sigma}^2 \quad (1)$$

여기서, Y_b 는 매트릭스 소재의 단축 방향 항복 응력이고 $\bar{\sigma}$ 는 P/M 의 유동 응력, η , A, B 는 상

*한국과학기술원 기계공학과

**만도기계 중앙연구소

대밀도의 함수이다.

단축 응력 상태인 경우의 구성방정식은 다음과 같다^[2].

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\tilde{\varepsilon}}{\tilde{\sigma}} \left\{ \frac{A}{2} \sigma_{ij} + \frac{3}{2} (3B-1) \sigma_m \delta_{ij} \right\} \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\tilde{\sigma}}{\dot{\varepsilon}} \left\{ \frac{2}{A} \dot{\varepsilon}_{ij} + \frac{3B-1}{6B(1-B)} \dot{\varepsilon}_v \delta_{ij} \right\} \quad (3)$$

여기서, σ_{ij} 는 응력 텐서, $\dot{\varepsilon}_{ij}$ 는 변형률 속도 텐서, $\tilde{\varepsilon}$ 는 P/M 의 유효 변형률 속도, $\dot{\varepsilon}_v$ 는 체적 변형률 속도를 나타낸다.

단축응력 상태인 경우, 유효 변형률 속도 및 체적 변형률 속도는 아래와 같이 표현된다.

$$\tilde{\varepsilon}^2 = \frac{2}{A} \dot{\varepsilon}'_{ij} \dot{\varepsilon}'_{ij} + \frac{\dot{\varepsilon}_v^2}{3(3-A)} \delta_{ij} \quad (4)$$

$$\dot{\varepsilon}_v = -\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dV}{V} = 9B\sigma_m \frac{\tilde{\varepsilon}}{\tilde{\sigma}} \quad (5)$$

여기서, σ_m 는 평균 응력, V 는 분말재료의 체적, ρ 는 상대 밀도이다

2.2 유한요소수식화

분말재료(P/M)의 소성포텐셜 에너지는 다음과 같은 범함수로 정의 할 수 있다^[2].

$$\delta\tilde{\Phi} = \int_{\Omega} \tilde{\sigma} \delta\tilde{\varepsilon} d\Omega - \int_{\Gamma_f} f_i \delta v_i d\Gamma = 0 \quad (6)$$

압축특성법은 일반금속의 경우 분말재료 기본식을 수식화하여 소재에 어느 정도의 압축성을 허용함으로써 제약조건을 감소시켜 변수도 작고 수렴성이 좋다^[3]. 일반 금속 재료의 경우에는 상대 밀도를 0.999 인 분말재료로 가정하여 좋은 결과를 얻었음이 알려져 있다. 위 식(6)에서 우변의 첫번째 항은 변형에너지 항이고, 두번째 항은 입력마찰에너지 항이다. 변형에너지 항은 형태변형에너지항과 체적변형에너지 항으로 다시 나누어 지게 된다.

형상함수가 N 이고 절점의 속도벡터가 \mathbf{v} 라고 하면 요소의 속도장 \mathbf{u} 및 변형률 속도벡터는 다음과 같이 나타 낼 수 있다.

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}^T \mathbf{v} \quad (7)$$

유효변형률속도는 다음과 같이 정의된다.

$$(\tilde{\varepsilon})^2 = \dot{\varepsilon}^T \mathbf{D} \dot{\varepsilon} = \mathbf{v}^T \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{v} = \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} \quad (8)$$

여기서 행렬 \mathbf{P} 는 진단변형에너지항 \mathbf{P}_1 과 체적변형에너지항 \mathbf{P}_2 로 나누어지고 재료상수 항인 \mathbf{D} 도 \mathbf{D}_1 과 \mathbf{D}_2 로 다음과 같이 분리되어 진다.

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 = \mathbf{B}^T \mathbf{D}_1 \mathbf{B} + \mathbf{B}^T \mathbf{D}_2 \mathbf{B} \quad (9)$$

위의 관계식들을 이용하여 식(6)을 요소분할화 해 보면 아래와 같은 결과를 얻을 수 있게 된다.

$$\sum_j \delta \mathbf{v}^T \left[\sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\varepsilon}} \mathbf{P}_1 \mathbf{v} d\Omega + \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\varepsilon}} \mathbf{P}_2 \mathbf{v} d\Omega - \sum_{e=1}^{E_1} \int_{\Gamma_{e,f}} \mathbf{N} \mathbf{f} d\Gamma \right] = 0 \quad (10)$$

\mathbf{P}_1 항은 형태변형에너지항으로 일반적으로 전 적분을 통해서 구하고, \mathbf{P}_2 항은 체적변형에너지항으로 저감 적분을 통해서 구하며, 강소성재료로 가정한 경우에 \mathbf{P}_2 항은 벌칙함수 항이 된다^[1].

i 번째 성분의 포텐셜에너지 Φ_i 는 아래와 같이 표현된다.

$$\Phi_i = \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\varepsilon}} P_{1ij} v_j d\Omega + \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\varepsilon}} P_{2ij} v_j d\Omega - \sum_{e=1}^{E_1} \int_{\Gamma_{e,f}} N_{ij} f_j d\Gamma = 0 \quad (11)$$

뉴턴-랩슨 축차법을 적용하면 다음과 같은 식으로 표현 될 수 있다.

$$\sum \frac{\partial \Phi_i}{\partial v_j} \Delta v_j = -\Phi_i \quad (12)$$

$$v_j^{(n+1)} = v_j^{(n)} + \alpha \Delta v_j$$

위의 식(12)를 풀게 되면 절점에서의 속도를 구하고, 이로부터 변형률속도, 응력 등을 구할 수 있게 된다.

3. 튜브제조법을 이용한 분말자석 제조공정의 예비성형체 설계

본 논문에서는 튜브제조법을 이용하여 전기자동차에 들어가는 8 극형 자석의 해석을 수행하였다. 이 자석은 상부의 곡률 반경이 63mm, 하부의 곡률 반경이 69mm 인 C 형 자석이다. 재료상수 행렬에 사용되는 변수들의 관계식은 다음과

같은 Doraivellu^[4]의 식을 사용하였다.

$$\begin{aligned} A &= 2 + \rho^2 \\ \eta &= 2\rho^2 - 1 \end{aligned} \quad (13)$$

해석에 사용된 자석은 초기 상대밀도를 실제 자석 제조시의 경우인 0.75 로 하였고, 구리는 강소성 재료로 간주하여 초기 상대밀도를 0.999 로 고정하여 해석을 수행하였다. 사용된 재료의 물성치는 아래와 같은데 이는 실제 자석 제조시의 온도인 700°C 에서 실험한 결과이다.

$$\text{구리} : \bar{\sigma} = 17.24 \bar{\epsilon}^{0.12} \quad (\text{MPa})$$

$$\text{자석분말} : \bar{\sigma} = 89.497 \bar{\epsilon}^{0.215} \quad (\text{MPa})$$

마찰 상수는 0.2 로 하였고, 기하학적 대칭성을 고려하여 전체모델의 1/4 만 8 절점 선형 연속체 요소를 사용하여 해석하였다. 예비성형체의 초기 격자구성, 치수를 그림 1 에, 초기 경사 및 곡률 반경을 그림 2 에 도시하였다. 튜브의 접힘현상의 전체적인 경향을 고려하기 위해서 튜브와 분말자석 사이의 미끄러짐 현상은 고려하지 않고 해석을 수행하였다.

식(10)의 \mathbf{P}_1 항은 전 적분을 통해서 구하였고, \mathbf{P}_2 항의 적분은 선향적 저감적분(Directional reduced integration)을 사용하여 해석을 수행하였다. 선향적 저감적분법은 Koh^[5]등에 의하여 제안된 수치적분법으로 요소의 적분점을 한방향에 대하여 감소시켜 적분을 수행하는 방법으로 전단잠금을 완화시키고 무에너지모드도 방지해 줄수 있지만, 적분점 감소 방향의 선택에 따라 결과가 달라지게 된다. 본 논문에서는 주어진 공정이 z 축 방향으로 압축이 크게 된다는 사실에서 유추하여 z 방향으로의 두 점을 적분점으로 선택해 해석을 수행하였다.

옆면에 경사를 주지 않은 경우의 해석에 대하여(TYPE I) 변형 형상을 그림 3 에 도시하였고, 경사를 금형의 반경방향으로 준 경우(TYPE II)와 해석결과를 고려하여 경사를 수정한 경우 (TYPE III)에 대한 해석 결과를 그림 4 와 그림 5 에 각각 도시하였다. 경사를 주지 않은 경우 예비성형체와 금형의 기하학적 조건에 의해 재료 하부가 금형으로 밀려 들어 감을 알 수 있었고, 경사를

준 경우가 재료의 유동을 보다 균일하게 해 주어 재료 하부가 밀려 들어가는 현상을 상당히 완화시켜, 전체적인 형상도 나아졌음을 알 수 있다. 그림 6 에 각 경우에 대한 상대밀도 분포를 비교해 보았는데, 재료의 유동이 균일 할 수록 치밀화도 균일하게 됨을 알 수 있다. 실제 자석제조 공정에서는 튜브와 자석재료 사이에 미끄러짐이 발생하고, 튜브의 좌굴현상도 발생하게 된다.

자석재료와 튜브사이의 미끄러짐 및 접촉을 고려한 해석의 변형형상을 그림 7 에, 상대밀도 분포도를 그림 8 에 각각 도시하였다.

4. 결론

본 논문에서는 튜브제조법을 이용한 전기자동차용 자석 제조 공정에서의 예비성형체를 튜브의 접힘현상을 완화시키고, 치밀화가 균일하게 되도록 설계하였으며 자석재료와 튜브사이의 미끄러짐을 고려한 해석을 수행하였다. 요소의 강성행렬을 구할때, 형태변형항의 적분은 전 적분을 이용하였고, 무에너지모드를 방지하기 위해 체적변형항의 적분은 선향적 저감적분을 사용하여 해석을 수행하였다.

참고문헌

- [1] S. Kobayashi, S.I. Oh and T. Altan, *Metal forming and the finite element method*, Oxford University Press (1989).
- [2] J. H. Moon, "Analysis of the three-dimensional forward extrusion of sintered powder metal", Ph. D. Dissertation, KAIST (1992).
- [3] K. Mori, "Finite element method of rigid-plastic analysis of metal forming", *Int. J. Mech. Sci.*, 24, 459 (1982).
- [4] S. M. Doraivellu, *et al.*, "A new yield function for compressible solids", *Int. J. Mech. Sci.*, 26, 527 (1984).
- [5] B. C. Koh, and N. Kiguchi, "New improved hourglass control for bilinear and trilinear elements in anisotropic linear elasticity", *Comp. Meths. Appl. Mech. Eng.*, 65, 1 (1987).

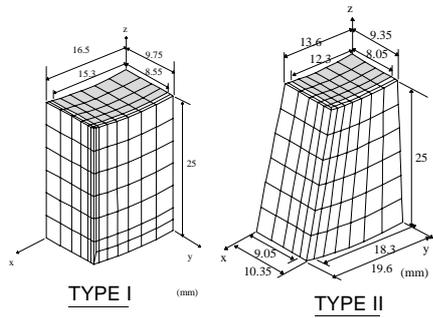


Fig. 1. Initial finite element mesh of preforms.

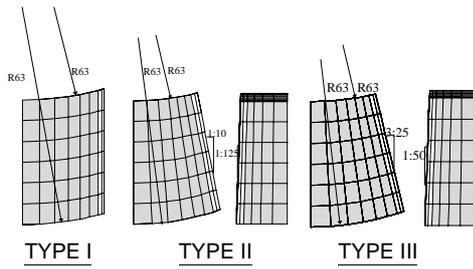


Fig. 2. Initial slopes and surface radii of curvature.

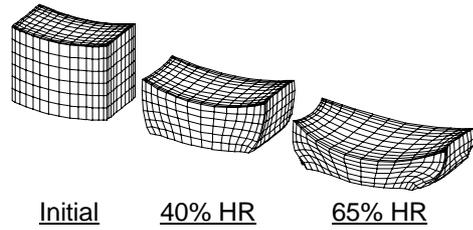


Fig. 3. Initial and deformed shape of TYPE I.

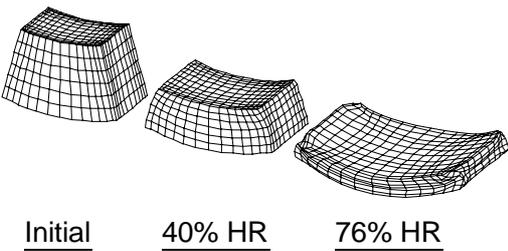


Fig. 4. Initial and deformed shape of TYPE II.

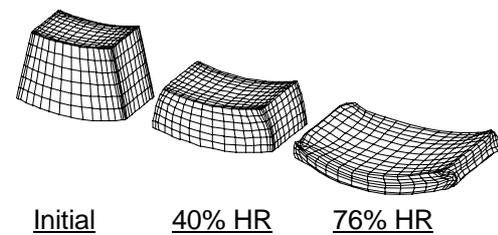


Fig. 5. Initial and deformed shape of TYPE III.

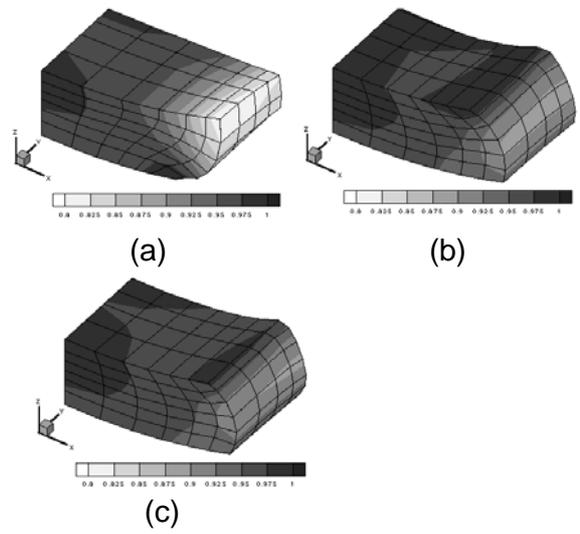


Fig. 6. Comparison of the relative density distribution for 65% HR : (a) TYPE I; (b) TYPE II; (c) TYPE III.

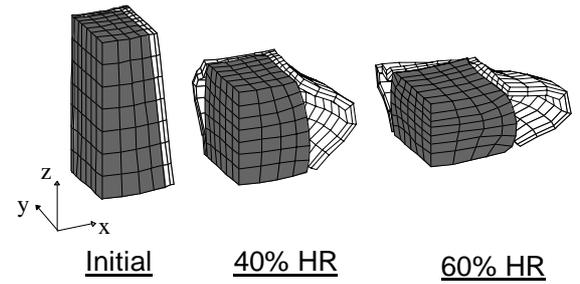


Fig. 7. Initial and deformed shape for the case of considering two-body contact between powder magnet and copper tube.

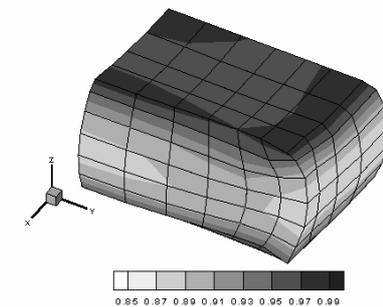


Fig. 8. Relative density distribution of the P/M part for the case of considering two-body contact between powder magnet and copper tube.

