
PSE를 이용한 익형 위 경계층의 안정성 해석

Stability Analysis of Boundary Layers on Airfoils by using Parabolized Stability Equations

박동훈*, 박승오(KAIST 기계항공시스템학부 항공우주공학전공)

1. 서론

경계층 천이 발생하면 천이영역 전후의 층류영역과 난류영역의 마찰 및 열전달 특성이 크게 달라진다. 항공기와 발사체, 유도무기 등의 공력 성능 해석 및 설계 시, 고속에서의 경계층 천이 현상은 중요한 문제가 되기 때문에 적절한 천이 예측 기법이 요구된다. 천이지점의 정확한 예측은 유동 전체 시뮬레이션의 정확도에 중요한 요소로 작용하고, 나아가 각종 비행체 설계 및 성능의 향상을 가져 올 수 있다. 뿐만 아니라 천이지점의 예측 기법은 자연 층류 익형(NLF, Natural Laminar Airfoil) 설계, 극초음속 비행체 및 대기권 재진입체의 공력 가열에 대한 열 차폐 설계에 이르기까지 그 활용성이 크다. 이론 기반의 천이 지점 예측은 안정성 방정식 해석으로부터 얻어지는 경계층 내부 교란의 증폭률을 이용하여 이루어지므로 경계층 안정성 해석이 우선적으로 선행 되어야 한다.

본 연구에서는 안정성 방정식의 일종인 Parabolized Stability Equation (PSE)으로 익형 위 경계층의 안정성 해석을 수행하여 천이지점 예측에 활용 가능한 교란의 증폭률 특성을 얻고, 익형 위 경계층 안정성 특성을 고찰하고자 한다.

2. 경계층 안정성 해석 방법

경계층 안정성 방정식은 경계층의 평균 속도 및 온도 분포(profile)가 지배방정식의 계수가 되는 방정식이다. 따라서 경계층 안정성 해석을 위해서는 해석하고자 하는 경계층의 속도 및 온도 분포에 대한 정확한 정보(data)가 필요하

다. 해석하고자 하는 익형 형상에 대해 비점성 유동 해석을 수행하여 경계층 가장자리(edge) 정보를 얻고, 이를 이용하여 경계층 코드로부터 경계층의 속도 및 온도 분포 데이터를 계산한다. 다시 이것을 PSE 코드의 입력으로 하여 PSE 안정성 해석을 수행한다.

2.1 압축성 비점성 유동 해석

경계층 내부의 속도 및 온도 분포를 계산하기 위해서는 경계층 가장자리의 유동 정보가 입력 데이터로 요구 된다. 전체 유동장을 오일러 방정식 등의 비점성(inviscid) 유동 해석을 수행한 후, 물체 표면에서의 속도 및 온도 값을 경계층 가장자리 값으로 취하는 방법이 일반적으로 사용된다. 본 연구에서는 주어진 익형에 대한 압축성 비점성 유동 해석을 상용코드인 FLUENT를 이용하여 수행하였다.

2.2 4차 정확도 압축성 경계층 해석

본 연구에서는 익형 표면의 곡면 효과 및 압축성 효과를 반영하기 위하여 일반 좌표계에서의 압축성 경계층 방정식을 고려하였다.[1] 경계층 방정식을 4차 정확도로 계산하는 해석 코드를 작성하여 사용하였으며 코드의 알고리즘 및 수치기법 등은 Iyer(1990)[2]의 방법과 동일한 방법을 채택하였다. 본 연구는 2차원 익형에 대한 해석을 고려하므로 2차원 경계층의 속도 및 온도 분포를 계산하여 PSE 코드의 입력으로 사용하였다. 경계층 계산에서 표면의 온도 경계조건은 단열조건으로 하였다.

2.3 포물형 안정성 방정식

포물형 안정성 방정식(PSE)은 선형 안정성

이론(Linear Stability Theory)이나 Multiple-scale 기법을 이용한 경계층 안정성 해석이 가지는 한계와 단점을 보완하고 정확도와 속도 측면에서 향상된 해석을 위해 제안된 안정성 방정식이다.[3] PSE는 유동의 비평행성 및 경계층 성장 효과를 고려할 수 있을 뿐 아니라, 고유치 문제로 귀결되는 국소적 해석이 아닌 포물형 미분방정식의 marching을 통해 계산되기 때문에 짧은 계산시간으로도 상류의 이력(history)이 반영된 더 정확한 안정성 해석이 가능하다.[4]

PSE는 교란 방정식을 주유동 방향에 대해 포물화(parabolize)한 편미분 방정식이다. PSE는 유도 과정이나 적용하는 가정에 따라 얻어지는 최종 식이 유일하지 않고, 개념적으로 다음 식 (1)과 같이 포물화 된 교란 방정식을 통틀어 PSE라 일컫는다.

$$\hat{D}\psi + \hat{A}\frac{\partial\psi}{\partial\xi} + \hat{B}\frac{\partial\psi}{\partial\eta} = \hat{V}_{\eta\eta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\eta^2} \quad (1)$$

여기서 ψ 는 $\psi = \{\hat{p}, \hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{T}\}^T$ 으로 미지 변수인 교란 성분이다. PSE에 관련한 기본적인 내용이나 유도과정 수치기법 및 경계조건, 초기 조건, 정규화조건 등은 벤치마크 문제인 평판 경계층의 안정성 해석에 대한 연구에서 소개한 바 있다. [5]

3. 해석결과

앞서 언급한 안정성 해석 과정을 수행하는 코드들과 절차를 구성하였고, 이를 이용하여 NACA0012 익형 위 경계층 안정성 해석을 수행하였다. 안정성 해석으로부터 얻어지는 결과들 중에서 경계층 안정성 특성을 파악하는 지표로 사용할 수 있는 것은 교란의 증폭률이다. 증폭률은 특정 주파수의 교란이 주유동 방향을 따라서 증폭되는 정도를 나타내는 척도로써 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma = -\text{Im}(\alpha) + \text{Re}\left(\frac{1}{\psi}\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) \quad (2)$$

여기서 사용하는 ψ 는 여러 가지 방법으로 이용되나 일반적으로 경계층 두께 전체에 걸쳐 형상함수의 속도 교란 성분들을 적분한 값을 사용하여 계산한다.

3.1 NACA0012 익형 위 경계층 안정성 해석

표준 대기 조건의 온도와 압력, 마하수 0.5에서 코드 길이 0.5m인 NACA0012 익형 표면에 형성되는 경계층에 대한 안정성 해석을 수행하였다. 자유류 유속은 약 170m/s이고 코드 레이놀즈수는 $Re_c \approx 5.9 \times 10^6$ 이다. 한 번의 해석으로 특정 주파수 교란에 대한 안정성 해석을 수행하므로, 여러 주파수에 대해 반복하여 안정성을 해석하게 된다. 다음 그림 2는 받음각 0° 경계층에서 여러 주파수 교란의 증폭률 계산 결과를 보여준다. 여기서 교란의 무차원 주파수 F 는 다음과 같이 정의 된다.

$$F = \frac{2\pi f^* \nu_c^*}{(u_c^*)^2} \times 10^6 \quad (3)$$

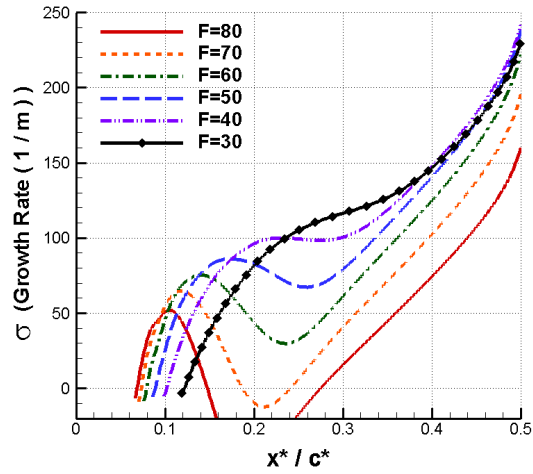


그림 2 Growth Rates of Disturbances in a Boundary Layer Over a NACA0012 Airfoil with $\alpha=0^\circ$ and $M=0.5$

무차원 주파수 $F=60$ 교란의 증폭률 곡선을 보면, 처음 불안정성이 나타나는 위치는 $x^*/c^*=0.08$ 부근이다. 하류로 갈수록 증폭률이 증가하다가 $x^*/c^*=0.14$ 부근부터 다시 불안정성이 감소하는 경향으로 전환된다. 하지만 증폭률이 계속 감소하지 않고 $x^*/c^*=0.24$ 부근에서 다시 증가하는 경향으로 바뀌면서 증폭률이 크게 증가해 감을 알 수 있다. 이는 익형 표면을 따라 하류로 가면서 역 압력구배 영역으로 들어가기 때문이다. 역 압력구배가 일정 구간 유지되면 경계층 내 평균속도 분포는 변곡점을 가지

는 박리형으로 바뀌게 되고, 박리형의 속도 분포를 가지는 경계층은 매우 큰 불안정성과 교란의 증폭률을 나타낸다. NACA0012 익형의 경우 최대 두께의 위치는 $x^*/c^*=0.3$ 이고, 비점성 해석에 의한 순 압력구배 영역은 약 $x^*/c^*=0.12$ 지점까지로 나타난다. $x^*/c^*=0.12$ 지점까지는 유동이 가속되고 그 이후에는 역 압력구배의 영역에 들어가게 되는데, 그림 2의 결과를 보면 역 압력구배가 경계층 속도 분포에 변화를 발생시키고 이 변화가 교란의 증폭률을 증가시키는 효과로 나타나는 구간은 대략 $x^*/c^*\approx 0.2\sim 0.3$ 에서 발생하는 것을 알 수 있다. 그림 2의 교란 증폭률 곡선들은 하류로 가면서 역 압력구배 영역의 영향에 의해 불안정성이 커지는 특징을 잘 보여주고 있다.

그림 2의 결과들을 보면, 각 주파수 마다 처음으로 불안정성이 발생하는 위치가 각기 다르며, 낮은 주파수의 교란일수록 상대적으로 하류에서 불안정성이 시작됨을 알 수 있다. 낮은 주파수의 교란일수록 불안정성이 하류에서 시작되고 긴 구간에 걸쳐 높은 불안정성을 갖기 때문에 증폭률 감소구간이 줄어들고 바로 역 압력구배 영역에 진입하면서 박리형 속도분포에 의한 증폭률 증가가 뒤따른다. 그 예로 무차원 주파수 $F=30$ 인 교란의 경우에는 국소적인 최고점(local maximum) 도달 및 증폭률 감소 구간이 없이 곧바로 역 압력구배 영역에 의한 증폭률 증가로 이어짐을 볼 수 있다. $F=80$ 또는 $F=70$ 과 같이 상대적으로 높은 주파수의 교란들은 불안정성이 일찍 시작되어 평균 경계층에서와 같이 증폭률이 0이하로 사라지는데, 이후 하류에서 역 압력구배의 영향으로 다시 0 이상의 값으로 증가해 불안정성을 보여준다.

3.2 받음각에 따른 경계층 안정성

받음각에 따른 경계층 안정성 특성이 어떻게 달라지는지 알아보기 위해 받음각 $0.5^\circ, 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ$ 인 경우에 대하여 앞서와 동일하게 경계층 안정성 해석을 수행하였다.

층류 경계층 코드 계산을 하면, 받음각이 4° 일 때 NACA0012 윗면에서의 경계층은 앞전에 가까운 $x^*/c^*\approx 0.107$ 위치에서 박리가 발생함을 알 수 있다. 박리 이후에는 층류 경계층의 불안정성이 나타나기도 전에 박리 유도 천이(separation induced transition)에 의해 곧바로

난류 경계층이 되므로 층류 경계층의 안정성 해석이 목적인 본 연구의 범위를 벗어난다. 본 연구에서는 앞선 박리 유도 천이가 발생하는 경계층은 배제하고, 자연 천이 경계층에 대한 안정성 해석으로 범위를 제한한다. 따라서 NACA0012 익형에 대해서는 받음각 4° 까지의 경계층에 대한 안정성 해석을 수행하였다.

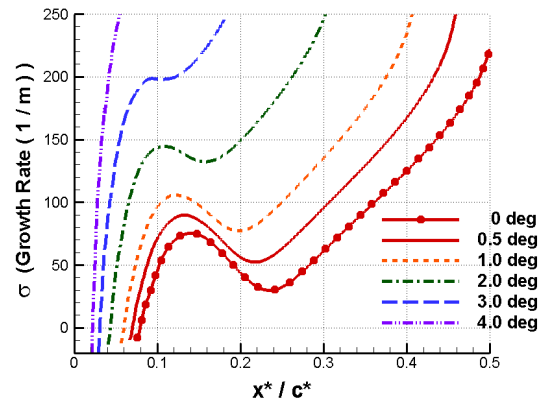


그림 3 Growth Rates of a F=60 Disturbance on an Upper Surface at Various Angle of Attacks (NACA0012, M=0.5)

그림 3는 여러 받음각의 NACA0012 익형 윗면 경계층에 대해 주파수 $F=60$ 교란의 증폭률을 나타낸 것이다. 익형 윗면에서는 교란의 주파수가 동일 할 때 받음각이 클수록 보다 상류에서 불안정성이 나타나기 시작하고 증폭률의 값도 더 큰 것을 알 수 있다. 받음각이 증가하면 윗면에서는 일찍부터 압력 회복에 의한 역 압력구배가 시작된다. 앞서 논의한 바 있듯이 역 압력구배에서는 경계층 불안정성 및 증폭률이 크기 때문에 받음각이 증가하면 일찍부터 시작되는 역 압력구배의 영향에 의해 이러한 특성이 나타난다고 판단할 수 있다.

그림 4은 익형 아랫면 경계층에 대한 해석 결과를 보여준다. 익형 아랫면의 결과는 $x^*/c^*=0.7$ 까지의 구간에 대해 결과를 나타내었으며 윗면과는 반대의 경향이 나타난다. 동일한 주파수 교란의 경우 받음각이 클수록 불안정성이 늦게 시작되고 증폭률의 값도 긴 구간에 걸쳐 작게 나타난다. 이러한 경향의 원인은 받음각이 증가할수록 아랫면에서 순 압력구배 영역이 긴 구간에 걸쳐 나타나기 때문이다. 순 압력

구배에서의 경계층 속도 분포는 안정성 방정식에 의해 대체적으로 큰 안정성 결과를 보여준다.

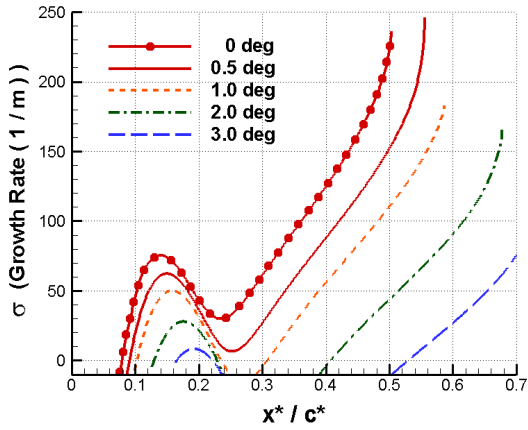


그림 4 Growth Rates of a F=60 Disturbance on a Lower Surface at Various Angle of Attacks (NACA0012, M=0.5)

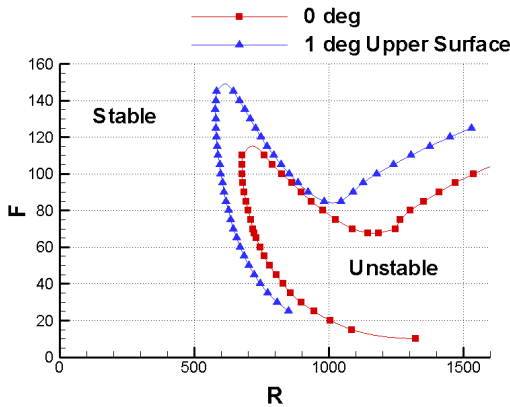


그림 5 Neutral Stability Curves of Boundary Layer over NACA 0012 Airfoil at Angle of Attack of 0° and 1°

교란의 무차원 주파수와 레이놀즈수를 각각 축으로 하는 2차원 평면상에서 불안정성이 시작되는 위치를 고려해 보면, 익형 위 경계층도 불안정성을 나타내는 고유의 영역이 존재하여 중립 안정성 곡선을 형성함을 알 수 있다. 그림 5는 NACA0012 익형의 받음각 1°에서의 윗면, 그리고 받음각 0°에서의 경계층 중립 안정성

곡선을 보여준다. 여기서 R 은 $\sqrt{Re_s} = \sqrt{U_\infty * s^* / \nu^*}$ 으로 정의되는 레이놀즈수이고 s^* 는 익형의 정체점(stagnation point)로부터 표면을 따라서의 거리이다. 중립안정성 곡선은 익형의 종류, 유동의 조건, 받음각이 달라지면 경계층의 안정성도 달라지므로 그에 따라 같이 변하게 된다.

3.3 마하수에 따른 경계층 안정성

마하수에 따른 경계층 안정성 특징을 알아보기 위해서 마하수 0.1인 경우에 대한 해석을 수행하였다. 앞서의 해석과 동일한 코드길이 및 자유류 온도와 압력조건에서 NACA0012 익형 위 경계층 안정성 해석을 수행하였으며 코드레이놀즈수는 $Re_c \approx 1.18 \times 10^6$ 이다.

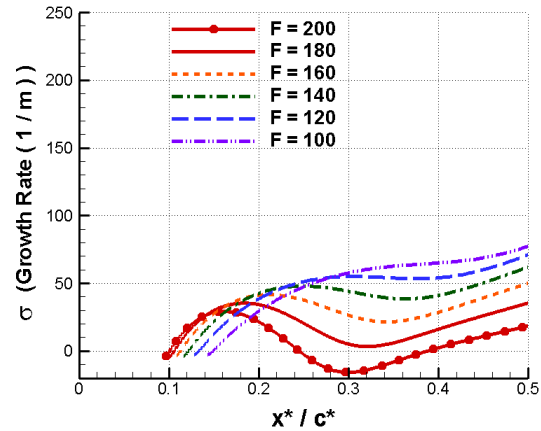


그림6 Growth Rates of Disturbances on an Upper Surface at Angle of Attack 0° (NACA0012, M=0.1)

그림 6은 마하수 0.1 받음각 0°의 경우 무차원 주파수에 따른 교란의 증폭률 곡선들을 보여준다. 그림 1의 결과와 비교 했을 때 불안정성을 나타내는 교란의 무차원 주파수들은 전체적으로 증가한다. 하지만 식 (3)에 따르면 마하수 0.5의 경우 $F=30 \sim 80$ 의 범위는 물리적 주파수 $f^* \approx 9.6 \sim 25.5 kHz$ 범위에 해당하고 마하수 0.1의 경우 $F=100 \sim 200$ 의 범위는 $f^* = 1.27 \sim 2.55 kHz$ 범위에 해당하기 때문에 실제 물리적 주파수는 훨씬 낮은 주파수에 해당되는 교란들이 불안정성을 가짐을 알 수 있다. 교란의 증폭률의 크기는 전체 영역에 걸쳐 마하수 0.1의 경

우가 상대적으로 작게 나타나는 것을 확인 할 수 있고, 마하수 0.5의 경계층이 마하수 0.1 경계층 보다 불안정성이 더 크다고 할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 PSE를 기반으로 하여 익형과 같은 2차원 형상 위 압축성 경계층의 안정성 해석을 수행하기 위한 코드 개발 및 해석 절차를 구성하였다. NACA0012 익형 대한 안정성 해석을 수행하여 경계층의 기본적인 안정성 특성들을 파악하였다.

교란 주파수에 따른 안정성 특성, 평균 유동장의 압력구배 영향이 교란 증폭률에 미치는 영향을 파악하였다. 불안정성을 나타내는 교란들 중 높은 주파수의 교란은 상대적으로 일찍 불안정성이 시작되었다. 익형 위 경계층에서는 불안정성이 나타난 후 일정 구간에서 증폭률이 증가해 국소적 최고점을 보인 다음 감소하는 경향으로 바뀌고 이후 역 압력 구배 영향에 들어가면서 다시 크게 불안정해지는 경향을 보여주었다. 순 압력 구배 영역에 있는 경우 교란의 증폭률은 작은 값을 가져 안정성을 보여주는 반면 역 압력구배 영역에서는 교란의 증폭률이 매우 커져 불안정성을 나타내었다.

익형의 받음각이 증가할 경우, 익형의 윗면에서는 짧은 구간에서 높은 증폭률 값이 나타나 불안정해 지고, 아랫면에서는 긴 구간에 걸쳐 낮은 증폭률 값 및 불안정성을 보여주었다.

마하수가 낮은 경계층의 경우 교란의 증폭률의 값들이 작아지며 불안정성을 보이는 교란의 물리적 주파수가 낮아짐을 확인 할 수 있었다.

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었습니다. (계약번호 UD070041AD)

[1] Argyris G. Panaras, "Boundary-Layer Equations in Generalized Curvilinear Coordinates," NASA Technical Memorandum 100003, 1987.

[2] Venkit Iyer, "Computation of Three-Dimensional Compressible Boundary Layers to Fourth-Order Accuracy on Wings

and Fuselages," NASA Contractor Report 4269, 1990.

[3] Bertolotti, F.P., "Linear and Nonlinear Stability of Boundary Layers with Streamwise Varying Properties," Ph.D.Dissertation, The Ohio State University, 1990.

[4] C-L. Chang and M.R. Malik, "Compressible Stability of Growing Boundary Layers Using Parabolized Stability Equation," AIAA 91-1636, 1991.

[5] 박동훈, 박승오, "Parabolized Stability Equation을 이용한 압축성 경계층의 안정성 해석," 2008 한국항공우주공학회 추계학술대회, pp. 204-208, 2008.