사용자 관심도를 반영하는 퍼지숫자의 정렬 방법

A ranking method of fuzzy numbers based on users' preference

이 지 형, 이 광 형
대전시 유성구 구성동 (우: 305-701)
한국과학기술원 전산학과, 인공지능연구센터

Jee-Hyong Lee, Hyung Lee-Kwang
Computer Science Dept./Center for Artificial Intelligence Research KAIST

요 약

본 논문에서는 사용자의 관심도나 선호도를 반영하여, 퍼지숫자를 정렬하는 방법을 제안한다. 사용자는 자신의 관심도나 선호도를 퍼지집합으로 표현한다. 제안하는 방법은 사용자로부터 주어진 퍼지집합을 평가관점으로 이용하며, 평가함수로는 이전에 제안된 만족도 함수를 이용한다. 제안하는 방법이 관점에 따라 어떠한 결과를 주는지를 보기 위하여, 퍼지숫자 정렬에 적용한 예를 보인다.

1. 서 론

퍼지숫자는 애매모호한 값을 표현하는데 적합하므로, 그 동안 많은 분야에 적용되었으며, 퍼지숫자를 다루기 위한 여러 가지 방법도 연구되어 왔다. 퍼지숫자는 애매모호한 값을 가능성분포를 이용하여 표현한 것으로, 퍼지숫자들은 서로 겹치는 부분이 생길 수가 있다. 따라서 퍼지숫자를 비교할 때 어느 퍼지숫자가 어느 퍼지숫자보다 큰지 작은지 명확하게 판단하기는 어려운 일이다.

이러한 이유로 주어진 퍼지숫자의 크기를 비교하여 크기 순서로 정렬하기 위한 연구가 많이 진행되어 왔다[1-4]. 기존 정렬 방법에는 퍼지숫자를 하나의 실수로 표현하여 정렬하는 방법, 퍼지관계를 이용하는 방법 등이 있으나, 대부분은 퍼지숫자를 평가할 때 전체적인 가능성 분포를 고려하지 않거나, 퍼지숫자를 평가할 때 사용자의 선호도나 관심 등을 반영할 수 없는 문제점이 있다. 또한 비록 사용자의 선호도나 관심도 등을 반영할 수 있다 하여도, 사용자로 하여금 0과 1사이의 실수를 선택하게 하는 등 간단한 방법이 사용되었다.

앞에서 언급하였듯이 퍼지숫자는 보통숫자처럼 어느 한 값으로 표현되는 것이 아니고, 가능성 분포를 이용하여 표현된 애매모호한 것이기 때문에, 평가를 위해서는 전체적인 가능성 분포를 고

려하여야 한다. 또한, 이러한 이유로 퍼지숫자는 평가하는 관점, 즉 사용자의 선호도나 관심에 따라서 다른 평가가 나올 수 있다.

본 논문에서는 사용자의 선호도나 관심을 좀 더 유연하게 표현할 수 있고, 퍼지숫자의 전체적인 가능성 분포를 고려하여 평가하는 새로운 퍼지숫자 정렬 방법을 제안한다. 제안하는 방법에서, 사용자는 자신의 관심 또는 선호도를 임의의 퍼지집합으로 표현하게 되며, 각 퍼지숫자의 평가는 사용자가 제시한 퍼지집합과 기존에 제안된 만족도 함수를 이용하게 된다. 만족도 함수는 두 퍼지숫자를 비교하는 방법으로, 한 퍼지숫자가 다른 퍼지숫자보다 클(작을) 가능성을 0과 1사이의 값으로 표현한다. 이것은 퍼지숫자의 전체적인 가능성 분포를 고려하여 가능성을 구하는 특징이 있다[5-6].

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 만족도 함수에 대하여 간략히 소개하며, 3절에서는 새로운 퍼지숫자 정렬방법에 대하여 제안하고, 제안하는 정렬방법을 퍼지숫자의 정렬에 적용한 예와 그 결과를 보인다. 그리고, 마지막으로 4절에서 본 논문의 결론을 맺는다.

2. 만족도 함수

이 절에서는 만족도 함수(satisfaction function)에 대하여 기술한다. 만족도 함수는 두 퍼지숫자를 비교하여 그 비교결과를 0과 1사이의 실수로 표현한다. 논문 [5]에서는 만족도 함수를 이산화된 정의구역(discrete domain)에서 정의하였고, 논문 [6]에서는 만족도 함수의 정의를 연속된 정의구역(continuous domain)으로 확장하였다. 또한 [6]에서는 퍼지숫자와 보통숫자(crisp number), 두 보통숫자 사이의 비교를 위한 만족도 함수도 정의하였다. 두 퍼지숫자의 비교에 적용되는 만족도 함수는 아래와 같이 정의된다.

$$S(A \langle B) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{y} \mu_A(x) \odot \mu_B(y)\,dx\,dy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \mu_A(x) \odot \mu_B(y)\,dx\,dy}, \quad S(A \rangle B) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{y}^{\infty} \mu_A(x) \odot \mu_B(y)\,dx\,dy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \mu_A(x) \odot \mu_B(y)\,dx\,dy}$$

연산자 $\odot$은 T-norm 연산자이다. $S(A \langle B)$는 퍼지숫자 A가 퍼지숫자 B보다 작을 가능성을 나타내며, 이와 마찬가지로 $S(A \rangle B)$는 A가 B보다 클 가능성을 나타낸다. 이렇게 정의된 만족도 함수는 퍼지숫자의 전체적인 가능성 분포를 고려하여 비교결과를 생성하므로, 비교적 만족스러운 결과를 내는 것으로 알려져 있다[5].

퍼지숫자 A와 보통숫자 k를 비교하는 만족도 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$S(A \langle k) = S(k \rangle A) = \frac{\int_{-\infty}^{k} \mu_A(x)dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_A(x)dx}, \quad S(A \rangle k) = S(k \langle A) = \frac{\int_{k}^{\infty} \mu_A(x)dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_A(x)dx}$$

즉, 퍼지숫자 A가 보통숫자 k보다 작을 가능성은 퍼지숫자 A의 전체면적과 A중에서 k보다 작은 부분의 면적의 비로 표현된다. 두 보통숫자의 비교에 적용되는 만족도 함수의 소개는 생략하기로 한다.

만약 곱하기 연산자가 $\odot$으로 사용된다면, 두 퍼지숫자의 비교를 위한 만족도 함수는, 다음과 같이 퍼지숫자와 보통숫자 사이에 적용되는 만족도 함수를 이용하여 표현될 수 있다. 우선 곱하기 연산자를 적용하여 $S(A \langle B)$와 $S(A \rangle B)$를 정리하면 다음과 같다.

$$S(A\langle B)=\frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{y}\mu_A(x)\cdot\mu_B(y)\,dxdy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\mu_A(x)\cdot\mu_B(y)\,dxdy}=\frac{\int_{-\infty}^{\infty}\mu_B(y)\cdot\frac{\int_{-\infty}^{y}\mu_A(x)\,dx}{\int_{-\infty}^{\infty}\mu_A(x)\,dx}dy}{\int_{-\infty}^{\infty}\mu_B(y)\,dy}$$

$$=\frac{\int_{-\infty}^{\infty}\mu_B(y)\cdot S(A\langle y)\,dy}{\int_{-\infty}^{\infty}\mu_B(y)\,dy}$$

그리고 이와 비슷한 방법으로

$$S(A\rangle B)=\frac{\int_{-\infty}^{\infty}\mu_B(y)\cdot S(A\rangle y)\,dy}{\int_{-\infty}^{\infty}\mu_B(y)\,dy}$$

임을 알 수 있다. 즉, 곱하기 연산자가 선택되었을 경우 $S(A\langle B)$나 $S(A\rangle B)$는 B의 소속도 함수 $\mu_B(y)$에 대한 $S(A\langle y)$와 $S(A\rangle y)$의 평균이 된다. 즉, $S(A\langle y)$나 $S(A\rangle y)$를 실수값 y를 기준으로 하였을때 A의 평가값이라고 하면, $S(A\langle B)$와 $S(A\rangle B)$는 B의 소속도함수에 대한 A의 전체적인 평가값이라 할 수 있다. 따라서 $S(A\langle B)$와 $S(A\rangle B)$는 B의 관점에서 평가한 A의 평가값이라 할 수 있다. 또한 $S(A\langle B) = S(B\rangle A)$, $S(A\rangle B) = S(B\langle A)$이므로[6], $S(A\langle B)$, $S(A\rangle B)$는 A의 소속도 함수에 대한 B의 전체적인 평가값이라고도 해석할 수 있다.

3. 제안하는 퍼지숫자 정렬 방법

이 절에서는 만족도 함수를 이용한 퍼지숫자의 정렬 방법을 제안한다. 제안하는 방법은 사용자로부터 주어지는 평가 관점을 이용한다. 사용자는 자신의 관심, 선호도를 퍼지집합으로 표현하게 되며, 제안하는 방법은 사용자로부터 주어진 퍼지집합을 평가관점으로 이용하여 각 퍼지숫자를 평가하여 정렬한다. 평가방법으로는 앞 절에서 설명한 만족도 함수가 이용된다. 즉, 주어진 퍼지숫자를 사용자로부터 주어진 관점에서 전체적인 가능성분포를 고려하여 평가하게 된다. 따라서 사용자가 다른 관점을 제시할 경우 다른 정렬 결과를 얻게 된다. 다음에 어떻게 사용자가 자신의 관점이나 관심을 표현하고, 주어진 사용자의 관점과 만족도 함수를 이용해서 정렬을 하는지 설명한다.

정의 1. 정렬의 대상이 되는 퍼지숫자의 집합 X에 대하여, 다음과 같은 성질을 갖는 퍼지집합 V를 관점으로 정의한다.

(1) V는 볼록 퍼지집합(convex fuzzy set)이다.

(2) $\forall A\in X$, $Supp(A)\subseteq Supp(V)$ 단, $Supp(A)=\{x \mid \mu_A(x)\neq 0\}$

(3) $\int_{-\infty}^{\infty}\mu_v(x)\,dx$는 0이 아닌 값으로 존재한다.

퍼지집합 V는 주어진 퍼지집합을 평가하는데 이용되는 관점역할을 하게된다. 어떤 퍼지집합이 관점이 되기 위해서는 그 지지집합이 평가대상이 되는 모든 퍼지숫자의 지지집합을 포함하여야 한다. 조건 (3)은 만족도 함수를 적용하기 위한 것이다.

정의 2. 관점 V에서 평가한 A의 평가값($e_V(A)$)는 다음과 같이 정의된다.

(1) 퍼지숫자들이 오름차순(ascending order)으로 정렬이 되는 경우

$$e_V(A) = S(A < V)$$

(2) 퍼지숫자들이 내림차순(descending order)으로 정렬이 되는 경우

$$e_V(A) = S(A > V)$$

즉, V에서 본 A의 평가 $e_V(A)$는 만족도 함수 $S(A<B)$와 $S(A>B)$가 B에서 본 A의 평가값이라는 해석을 기초로 하고 있다. 즉, $S(A<V)$와 $S(A>V)$는 V에서 본 A의 평가값이므로, 이를 간단하게 $e_V(A)$로 표현하였다. 2절에서는 이러한 해석이 곱하기 연산이 사용되었을 때 가능하였으나, 제안하는 방법은 이러한 해석이 일반적인 경우, 즉 곱하기 이외의 T-norm연산자를 사용하였을 때도 유효하다고 가정한다.

정의 3. 관점 V에서 본 A의 상대 평가 $R_V(A)$는 다음과 같이 정의된다.

$$R_V(A) = \frac{e_V(A)}{\max_{B \in X}\{e_V(B)\}}$$

$R_V(A)$는 X에 속해있는 퍼지숫자중 가장 좋은 평가를 받은 퍼지숫자에 대한 A의 상대평가이다. 즉, 가장 좋은 퍼지숫자를 1로 하였을 때 상대적인 A의 평가값을 나타낸다. 이것은 주어진 퍼지숫자가 가장 좋은 평가를 받은 퍼지숫자에 얼마나 가까운가를 표현한다.

위에서 정의한 관점과 평가를 이용한 정렬 방법은 다음과 같다.

(1) 정렬의 대상이 되는 퍼지숫자에 대하여 관점 V를 정의한다.

(2) 정의한 관점 V를 이용하여 퍼지숫자들을 평가하여 $e_V(A)$를 얻는다.

(3) 퍼지숫자들을 $e_V(A)$에 따라서 내림차순 정렬을 한다.

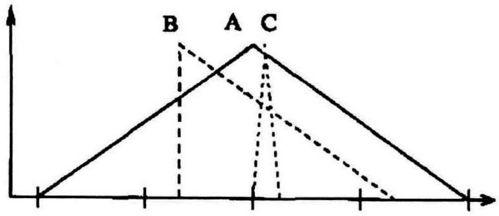
(4) 퍼지숫자들의 상대 평가 $R_V(A)$를 구한다.

제안된 정렬 방법은 모든 퍼지숫자를 주어진 동일한 관점에서 평가하고, 그 평가값에 따라서 정렬을 하므로, 다른 관점이 이용될 경우 다른 정렬 결과가 나오게 된다. 따라서 사용자는 자신의 관심이나 선호도에 따라서 퍼지집합, 즉 평가관점을 정의하면, 그 관점에서 평가, 정렬한 결과를 얻을 수 있다.

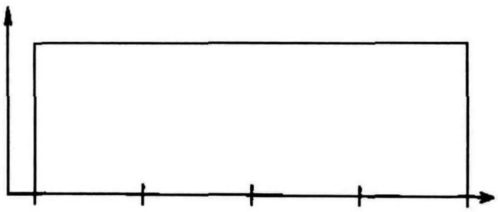
다음은 위에서 제안한 방법을 실제 퍼지숫자 정렬에 적용하여, 제안된 방법이 어떻게 적용되는지, 관점이 정렬에서 어떤 영향을 주는지를 살펴본다. 그림 1(a)에서와 같이 3개의 퍼지숫자가 있고, 관점 V_1를 그림 1(b)와 같이 정의하자.

$$V_1(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } 1 \le x \le 5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

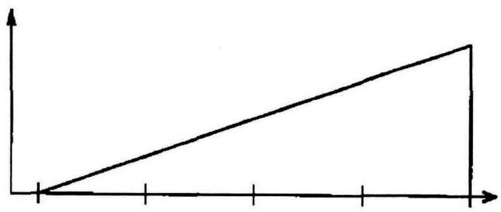
관점 V_1에 의거하여 $e_{V_1}(\cdot)$와 $R_{V_1}(\cdot)$을 구하면 표 1과 같다.



(a) 퍼지값 : A=(1,3,5) B=(2.3,2.3,4.3) C=(3.0,3.1,3.2)



(b) 관 점 V_1



(c) 관 점 V_2

그림 1. 퍼지숫자와 사용된 관점

X	A	B	C
$e_{V_1}(\cdot)$	0.50	0.49	0.53
$R_{V_1}(\cdot)$	0.94	0.92	1.00

표 1. $e_{V_1}(\cdot)$와 $R_{V_1}(\cdot)$

이 결과에 따라서 퍼지숫자 A, B, C를 정렬을 하면 다음과 같다.

$$\{ (C, 1.00), (A, 0.94), (B, 0.92) \}$$

위의 정렬 결과는 퍼지숫자와 그것의 상대평가값의 쌍으로 표시되었는데, 제일 높은 순위는 C이며, B는 가장 낮은 순위로 평가되었다. 이때 B의 상대평가는 0.92인데, 이것은 가장 좋은 평가를 받은 C와 비교했을 때, B는 C의 약 92%정도의 평가를 받았음을 의미한다. 사용된 관점 V_1은 모든 값의 소속도가 1인 구간으로 정의되었는데, 이것은 사용자가 정의구간내의 모든 값에 동일한 선호도 또는 관심을 갖고 있다고 생각할 수 있다.

그림 1(c)와 같이 다른 관점 V_2를 정의하면,

$$V_2(x) = \begin{cases} 0.25x - 0.25 & \text{if } 1 \le x \le 5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

다른 정렬 결과를 얻게 된다. 정렬을 위한 $e_{V_2}(\cdot)$와 $R_{V_2}(\cdot)$는 표 2에 나타나 있다.

X	A	B	C
$e_{V_1}(\cdot)$	0.29	0.26	0.28
$R_{V_1}(\cdot)$	1.00	0.88	0.97

표 2. $e_{V_2}(\cdot)$와 $R_{V_2}(\cdot)$

이 경우에 있어서, 사용자는 정의구역의 값이 커질수록 더 많은 관심을 표현하였다. 즉, x가 관점 V_2에 소속하는 정도는 x값이 증가함에 따라서 함께 증가한다. 이에 따라서 정의구역의 오른쪽에 놓여있는 퍼지숫자 A의 평가값은 상대적으로 증가하여 세 숫자중에서 가장 좋은 평가를 받으며, 상대적으로 작은 값에 놓인 B의 평가값은 낮아졌다. 관점 V_2에 의한 정렬 순서는 다음과 같다.

$$\{ (A, 1.00), (C, 0.97), (B, 0.88) \}$$

4. 결 론

본 논문에서는 사용자의 관심도를 반영하는 퍼지숫자의 정렬 방법을 제안하였다. 사용자는 정의구역의 각 원소에 대한 자신의 관심도나 선호도를 퍼지집합으로 표현한다. 제안된 방법은 사용자가 제시한 퍼지집합과 만족도 함수를 이용하여, 정렬 대상이 되는 퍼지숫자를 평가한 후 그 평가값에 따라서 순위를 정하게 된다. 또한 정렬 대상 퍼지숫자들이 가장 좋은 평가를 받은 퍼지숫자에 대하여 얼마나 좋은 평가를 받았는가를 나타내는 상대평가값도 제안하였다. 본 논문에서는 제안하는 방법이 어떻게 적용되며, 관점에 따라 정렬 결과가 어떻게 바뀌는지를 알아보기 위해, 제안한 방법을 퍼지숫자의 정렬 문제에 적용한 예를 보였다. 향후과제로는 제안하는 방법이 사용자가 제시하는 관점에 따라서 어떠한 특성을 보이는가에 대한 연구가 필요하겠다.

참고문헌

[1] G. Bortolan, R. Degani, "A review of some methods for ranking fuzzy subsets", *Fuzzy Sets and Systems*, vol.15, pp.1-19, 1985.

[2] K. Kim, K. S. Park, "Ranking fuzzy numbers with index of optimism", *Fuzzy Sets and Systems*, vol.35, pp.143-150, 1990.

[3] K. P. Yoon, "A probabilistic approach to rank complex fuzzy numbers", *Fuzzy Sets and Systems*, vol.80, pp.167-176, 1996.

[4] P. Fortemps, M. Roubens, "Ranking and defuzzification methods based on area compensation", *Fuzzy Sets and Systems*, vol.82, pp.319-330, 1996.

[5] K. M. Lee, C. H. Cho, H. Lee-Kwang, "Ranking fuzzy values with satisfaction function", *Fuzzy Sets and Systems*, vol.64, pp.295-309, 1994.

[6] J. H. Lee, H. Lee-Kwang, "Comparison of fuzzy values on a continuous domain", *Fuzzy Sets and Systems*, 1998(accepted).