

궤도 주기 차이를 이용한 위성 정렬 비행에서의 연료 소비 감소화

Fuel Consumption Decrease using Orbital Period Difference in Satellite Formation Flying

목성훈*, 최윤희, 탁민제, 방효충(KAIST)

1. 서론

우주비행체간의 상대 궤도 운동을 결정하는 상대 운동 방정식은 우주비행체의 궤도를 결정하는 이체 방정식으로부터 유도된다. 이렇게 얻어진 상대 운동 방정식은 이체 방정식에 내재된 비선형 항으로 인해, 비선형 미분 방정식으로 표현되며 해석적인 해를 구하는 것이 불가능하다. 1960년대 초, Clohessy 와 Wiltshire 는 기존의 상대 운동 방정식에 두 가지 가정을 적용하여 방정식을 선형화하였다. 이 방정식은 CW 방정식 또는 힐스 방정식(Hills Equations)으로 불린다. 이 연구 결과에 따라, 주위성을 원점으로 하는 비관성 회전 좌표계에서의 부위성의 위치와 속도를 시간의 함수로 구할 수 있게 되었다. 이는 위성 간 도킹이나 랑데부와 같은 위성 정렬 비행의 해석적인 해를 얻는 데, 기본적인 방정식으로 사용되었다[1].

위성 간 움직임을 예측하고 제어하는 위성 정렬 비행(satellite formation flying)은 위성 배치(satellite formation configuration)와 위성 제어(satellite formation control)로 크게 나눌 수 있다. 위성 배치는 위성 정렬 비행의 다양한 미션을 달성하기 위해 요구되는 부위성의 초기 위치 및 속도를 찾는다. CW 방정식을 이용하면 상대 원형 궤도나 투영 원형 궤도와 같은 미션을 수행하기 위한 부위성의 초기 상대 위치 및 속도를 해석적으로 구할 수 있다[2]. 위성 제어는 위성 배치 연구를 통해 계산된 목표 위치와 속도를 추력기 등의 제어 입력을 이용하여 추종하는 알고리즘을 연구하는

분야이다. 제어 알고리즘에 사용되는 제어 변수에 따라 ECI(Earth-Centered Inertial frame)에서 계산되는 목표 위치와 속도를 최적화 알고리즘을 통해 계산하는 방법, 궤도 6 요소(six orbital elements) 방정식을 선형화한 후 해석적인 해를 구하는 방법[3] 등이 있다.

본 논문에서는 궤도 6 요소를 제어 변수로 사용하여 위성 정렬 비행을 제어한다. 궤도 6 요소 방정식(Gauss's variational equations)을 선형화하여 임펄스 방식의 추력기를 가정한다. 기존의 궤도 6 요소를 통한 제어 알고리즘에 시간(time) 요소를 추가하여 연료 소모를 줄이는 방법을 연구하였다.

2. 궤도 6 요소 방정식(Gauss's Variational Equations)

궤도를 돌고 있는 우주비행체는 ECI 나 ECEF 와 같은 좌표계에서 나타내는 위치와 속도로 궤도가 결정된다. 궤도 6 요소는 위성의 궤도를 나타내는데 궤도면의 오일러각, 모양 등 기하학적인 면을 고려하여 위성 궤도를 결정한다. 위성의 위치 및 속도로 궤도를 결정할 때에 비해, 변수 값을 통한 위성의 궤도 상태 유추가 더 편하며 독립 변수(independent variable)가 하나라는 장점이 있다.

식 (1)은 궤도 6 요소의 미분 방정식으로 Gauss's Variational Equations 라 한다. 위의 방정식의 선형화를 통해 각 궤도 요소 수정에 필요한 임펄스 ($\Delta V_r, \Delta V_\theta, \Delta V_h$)를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\frac{da}{dt} &= \frac{2a^2}{h} \left(e \sin fa_r + \frac{p}{r} a_\theta \right) \\
\frac{de}{dt} &= \frac{1}{h} \left[p \sin fa_r + ((p+r) \cos f + re) a_\theta \right] \\
\frac{di}{dt} &= \frac{r \cos \theta}{h} a_h \\
\frac{d\Omega}{dt} &= \frac{r \sin \theta}{h \sin i} a_h \\
\frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{he} \left[-p \cos fa_r + (p+r) \sin fa_\theta \right] \\
&\quad - \frac{r \sin \theta \cos i}{h \sin i} a_h \\
\frac{dM}{dt} &= n + \frac{\eta}{he} \left[(p \cos f - 2re) a_r - (p+r) \sin fa_\theta \right]
\end{aligned} \tag{1}$$

3. 위성 정렬 비행 제어

본 장에서는 Schaub[3]에 의해 제안된 궤도 6 요소 수정 알고리즘을 간단히 설명한다. 식 (1)을 선형화한 방정식과 총 세 번의 임펄스를 이용하여 궤도 6 요소를 수정하고 원하는 궤도를 얻을 수 있다.

궤도면 각도(orbit orientation) 제어

궤도 평면의 오일러각은 Ω, i 에 의해 결정되며 각각은 특정 θ_c (true latitude) 에서 궤도면에 수직인 임펄스 Δv_h 로서 수정될 수 있다.

$$\begin{aligned}
\Delta i &= \frac{r \cos \theta}{h} \Delta v_h \\
\Delta \Omega &= \frac{r \sin \theta}{h \sin i} \Delta v_h
\end{aligned} \tag{2}$$

식 (2)는 임펄스 Δv_h 로 인한 궤도면의 각도 변화를 나타낸다. 식 (3)은 Ω, i 을 모두 수정할 수 있는 특정 각도 θ_c 와 필요한 임펄스 크기를 나타낸다.

$$\begin{aligned}
\theta_c &= \tan^{-1} \frac{\Delta \Omega \sin i}{\Delta i} \\
\Delta v_h &= \frac{h}{r} \sqrt{\Delta i^2 + \Delta \Omega^i \sin^2 i}
\end{aligned} \tag{3}$$

한편, Δv_h 는 궤도면의 오일러각 중 하나인 ω 도 변화시키는데, 식 (4)와 같다.

$$\Delta \omega (\Delta v_h) = -\cos i \Delta \Omega \tag{4}$$

궤도 모양 및 위치 제어(a, e, ω, M)

궤도 모양(shape)은 궤도면의 각도를 맞추어 후 수정된다. 제어 변수를 두 개씩 쌍으로 묶어 원지점 (apogee)와 근지점 (perigee)에서 $\Delta v_r, \Delta v_\theta$ 임펄스를 통해 제어한다. 각 임펄스로 인해 변하는 4 개의 궤도 요소는 식 (5)~(8)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
\Delta a &= \frac{2a^2}{h} \left(\frac{p}{r_p} \Delta v_{\theta_p} + \frac{p}{r_a} \Delta v_{\theta_a} \right) \\
\Delta e &= \frac{1}{h} \left((p+r_p+r_p e) \Delta v_{\theta_p} + (-p-r_a+r_a e) \Delta v_{\theta_a} \right) \\
\Delta \omega &= \frac{1}{he} (-p(\Delta v_{r_p} - \Delta v_{r_a})) \\
\Delta M &= \frac{\eta}{he} ((p-2r_p e) \Delta v_{r_p} - (p+2r_a e) \Delta v_{r_a})
\end{aligned} \tag{5} \sim (8)$$

임펄스 $(\Delta v_{r_p}, \Delta v_{r_a}), (\Delta v_{\theta_p}, \Delta v_{\theta_a})$ 는 각각 radial 방향과 tangential 방향의 임펄스로 첨자 p 는 근지점(perigee), 첨자 a 는 원지점(apogee)을 나타낸다.

$$\Delta v_{r_p} = -\frac{\eta a}{4} \left(\frac{(1+e)^2}{\eta} \Delta \omega + \Delta M \right) \tag{9}$$

$$\Delta v_{r_a} = -\frac{\eta a}{4} \left(\frac{(1-e)^2}{\eta} \Delta \omega + \Delta M \right) \tag{10}$$

$$\Delta v_{\theta_p} = \frac{na\eta}{4} \left(\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta e}{1+e} \right) \tag{11}$$

$$\Delta v_{\theta_a} = \frac{na\eta}{4} \left(\frac{\Delta a}{a} - \frac{\Delta e}{1-e} \right) \tag{12}$$

식 (9)~(12)은 궤도 요소를 수정하는데 필요한 임펄스 크기로 $\eta = \sqrt{1-e^2}$ 상수를 이용하여 표현된다.

4. 궤도 주기 차이를 이용한 연료 소비 감소

3장에서 살펴본 궤도 6 요소를 이용한 궤도 수정 알고리즘은 세 번의 임펄스 기동을 궤도 두 바퀴를 도는 동안 사용한다. 만약 목표 궤도를 달성하기까지의 시간에 제한이 없다면, 임펄스를 쏘는 시간을 조절함으로써 추력기 연료 소비를 감소시킬 수 있다.

궤도 6 요소에는 외력이 작용하지 않는 상황에서 변하지 않는 5 요소 (Ω, a, e, i, ω) 와 위성의 위치를 나타내는 변수 M (mean anomaly)가 있다. M 값은 궤도 각속도와 비행 시간으로부터 결정되는 각도 값으로 식 (13)과 같이 표현된다.

$$M = M_0 + n(\Delta t - \Delta t_0) \quad (13)$$

$$\text{where, } n = \sqrt{\mu/a^3}$$

목표 궤도의 mean anomaly 를 M_d , 현재 궤도의 mean anomaly 를 M 으로 정의하면, mean anomaly 차이 ΔM 은 비행 시간이 길어짐에 따라 증가한다.

$$\Delta M = (n_d - n)\Delta t \quad (14)$$

식 (14)에서 n_d 는 목표 궤도의 평균 각속도, n 은 현재 궤도의 평균 각속도를 나타내며 각각 장반경 크기에 의해 결정된다. 장반경과 궤도 주기의 관계는 $P = 2\pi/n$, $n = \sqrt{\mu/a^3}$ 과 같다. 장반경 차이가 클수록 비행 시간이 길어질 때 mean anomaly 차이가 빠르게 증가하게 된다.

Mean anomaly 차이를 수정하기 위한 임펄스는 식 (9)와 (10)으로부터 계산되며 임펄스가 작용하는 시점의 ΔM 과 $\Delta\omega$ 이 식 (15)를 만족할 때, 궤도 수정에 필요한 임펄스 크기가 감소하게 된다. 식 (15.2)는 위성 정렬 비행이 대부분 $e \approx 0$ 인 궤도에서 이루어지기 때문에 적용 가능한 가정이다.

$$\Delta M = -\frac{(1+e)^2}{\eta} \Delta\omega, \quad \Delta M = -\frac{(1-e)^2}{\eta} \Delta\omega \quad (15.1)$$

$$\Delta M \approx -\Delta\omega, \quad \text{where } e \approx 0 \quad (15.2)$$

한편 argument of perigee ω 는 3장의 식 (4)와 같이 궤도면의 각도를 수정하는 기동을 할 때 값이 변하게 된다.

$$\Delta\omega_0 = \omega_d - \omega_0 \quad (16)$$

$$\Delta\omega = \omega_d - \omega' = \Delta\omega_0 + \cos i \Delta\Omega$$

$$\Delta M = \Delta M_0 + (n_d - n)\Delta t \quad (17)$$

식 (16)과 (17)은 비행시간 Δt 경과 후, 목표 궤도에 가기 위해 필요한 ω 와 M 값의 수정치를 나타낸다. 비행시간 Δt 을 잘 선택하여 궤도 수정 기동을 식 (15.2)가 만족되는 곳에서 시작하면 연료 소비를 감소시킬 수 있다. 하지만, 비행시간은 3장의 알고리즘을 적용하기 위해서 근지점이나 원지점에 도달하는 시간으로 선택해야 하며 식 (18)로 표현된다.

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_{p \text{ or } a} + \frac{\pi}{n} N, \quad N = 0, 1, \dots \quad (1.1)$$

Δt_1 은 비행 시작부터 궤도면 각도를 수정하는 θ_c 까지 도달하는데 걸리는 시간, $\Delta t_{a \text{ or } p}$ 는 θ_c 로부터 근지점이나 원지점까지 도달하는데 걸리는 시간을 나타낸다.

5. 시뮬레이션 결과

4장에 제안된 알고리즘을 검증하기 위해 시뮬레이션을 수행하였다. 먼저, 위성의 초기 궤도와 목표 궤도로부터의 차이를 표 1 과 표 2 와 같이 가정하였다.

Longitude of ascending node	Ω	50	deg
Argument of perigee	ω	0.5	deg
Semi-major axis	a	8000	km
Inclination angle	i	10	deg
Eccentricity	e	0.0005	
Mean anomaly	f	50	deg

표 1. 위성 초기 궤도

Longitude of ascending node	$\Delta\Omega$	0.005	deg
Argument of perigee	$\Delta\omega$	-0.05	deg
Semi-major axis	Δa	0.35	km
Inclination angle	Δi	0.005	deg
Eccentricity	Δe	5×10^{-5}	
Mean anomaly	ΔM	0.15	deg

표 2. 위성 목표 궤도로부터의 차이

궤도 모양을 바꾸는 궤도 4 요소를 수정하는 기동의 시작은 근지점에서 시작한다고 가정하여 문제를 간략화하였다. 그림 1 은 기동 시작 지점에 따른 연료 소모의 차이를 나타낸다. 목표 궤도와 현재 궤도와의 궤도 주기 차이로 인해 궤도가 두 바퀴 돈 후 임펄스 기동을 시작하면 연료 소모를 줄일 수 있음을 확인할 수 있다. 그림 2 와 그림 3 은 연료 소모가 적은 두 바퀴 이후의 궤도 6 요소 수정을 시간에 따라 나타낸다.

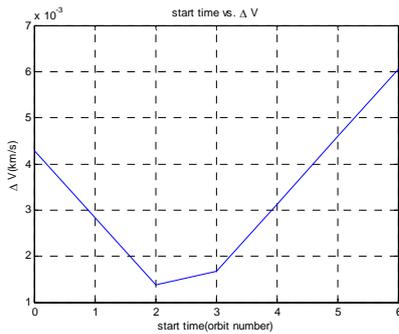


그림 1. 궤도 수정 시작 시간에 따른 연료 소모

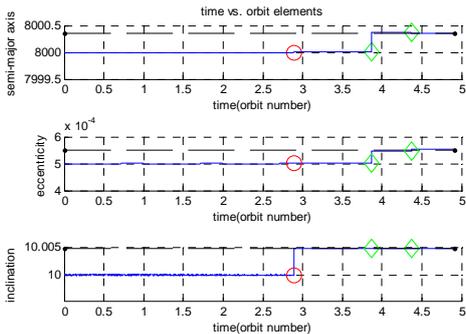


그림 2. 궤도 6 요소, (a, e, i)

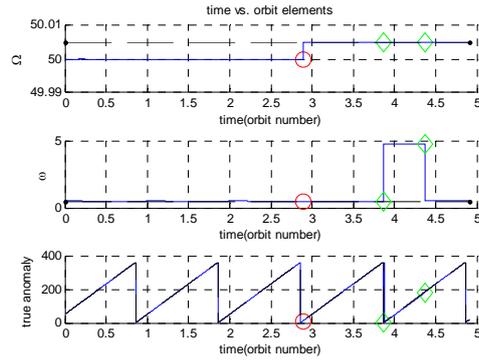


그림 3. 궤도 6 요소, (Ω, ω, f)

6. 결론

본 논문에서는 목표 궤도와 현재 궤도와의 궤도 주기 차이를 이용한 위성 정렬 비행에서의 연료 소모 감소화에 대해 연구하였다. 궤도 6 요소를 제어 변수로 사용하여 Mean anomaly 차이가 비행 시간에 따라 변하는 점을 이용하여 적절한 임펄스 기동 시작 시간을 선택함으로써 전체 연료 소모량을 감소화하였다.

후기

본 연구는 한국과학재단을 통해 교육과학기술부의 우주기초원천기술개발 사업(NSL, National Space Lab)으로부터 지원받아 수행되었습니다 (S10801000123-08A0100-12310).

참고문헌

- [1] Clohessy, W., and Wilshire, R., "Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous", *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 27, No. 9, 1960, pp.653-678.
- [2] Chris Sabol, Rich Burns, and Craig A. McLaughlin, "Satellite Formation Flying Design and Evolution", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 38, No. 2, 2001, pp. 270-278.
- [3] Hanspeter Schaub, Kyle T.A, "Impulsive Feedback Control to Establish Specific Mean Orbit Elements of Spacecraft Formations", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 24, No. 4, 2001, pp.739-745