

부분적분과정을 이용한 주가의 장기 평균회귀현상

김용진, 전덕빈, 오경모

KAIST, 서울특별시 동대문구 회기로 87

Abstract

과거 연구자들에 의해 언급된 주가의 평균 회귀현상은 주식 시장 내 비효율성이 존재함을 의미한다. Fama and French(1988)는 주가의 평균 회귀현상을 설명하기 위해, 주가가 I(1)의 불안정한 부분과 AR(1)의 안정적인 부분으로 구성된 상태공간모형 제안하였다. Khil and Lee(2002)는 AR(1)과정 대신 AR(2)로 모형 내 안정적인 부분을 개선시켰다. 이 모형들에 의하면, 주식 수익률의 음의 자기 상관은 7,8년 내에서만 지속된다. 즉 주가는 10년 이상의 긴 구간에서는 평균회귀현상을 보이지 않는다. 하지만 미국 주가 데이터를 바탕으로 회귀 분석한 결과 10년 이상의 구간에서도 음의 자기상관이 나타났다. 본 연구에서는 이러한 장기의 음의 상관은 주가 내 부분적분 과정으로 설명될 수 있음을 보이고, 부분적분과정을 포함하는 주가의 상태공간모형을 제안하였다. 상태공간모형의 모수 추정 후, 미국 주가 데이터의 이론적인 자기상관계수를 구한 결과, 회귀분석을 통한 결과와 장기적 구간에서 일치하였다. 이는 주식 시장 내 비효율성이 10년 이상의 장기적 구간에서도 존재할 수 있음을 의미한다.

I. 서론

1. 연구의 배경과 목적

주식 시장의 효율성을 지지하는 초기의 연구자들은 주식 가격이 랜덤워크의 속성을 갖는다고 주장하였다. 하지만 Summers(1986)는 주가가 내재가치와 괴리가 생기는 현상이 가능하며, 랜덤워크로 설명되는 불안정한 부분뿐만 아니라, 서서히 수렴하는 안정적인 부분이 존재한다고 주장하였다.

이후 다양한 통계적 방법을 이용하여 주가 내 안정적인 부분의 존재 여부를 판단하는 연구가 이루어졌다. Fama & French(1988)는 수익률 간 회귀모형을 통해서 주식 수익률의 장기적인 평균회귀현상을 관측하였다. 한편 Poterba & Summers(1988)는 variance ratio test를 통해서 주가 내 순수한 랜덤워크 외 안정적인 확률 과정이 존재함을 보였다.

Summers(1986) 이후 많은 연구들이 주식 수익률의 음의 자기상관관계, 즉 주가의 평균회귀현상의 존재에 대해서는 긍정하고 있지만, 현상이 얼마나 지속되느냐에 따라서는 상이한 결론을 도출하고 있다. 주가를 불안정한 부분인 랜덤워크와 안정한 부분인 AutoRegressive (AR) 과정의 합으로 모형화한 연구(Fama & French(1988), Khil & Lee(2002))에 의하면, 평균회귀현상은 3~5년에서 가장 강하게 나타나고, 7~8년 이후에는 나타나지 않는다. 반면 variance ratio test를 사용한 연구(Poterba & Summers(1988))에서는 검정을 수행한 최장기간(8년)까지 평균회귀의 특성이 강하게 나타남을 지적하였다. 위와 같은

결과는 시장 비효율성의 지속성 여부에 관한 서로 다른 결론을 제시한다.

본 연구는 기존의 연구 간 상반된 결론이 얻어지고 있는 평균회귀현상의 장기 지속성 여부를 확인하고, 기존 주가 모형에서 주가의 불안정한 부분을 랜덤워크로 모형화하는 것은 평균회귀현상의 지속성을 설명할 수 없음을 지적할 것이다. 이를 해결하기 위해서는 랜덤워크가 아닌 부분적분과정(Fractionally Integrated Process)이 필요함을 제시할 것이다. 또한 실증분석을 통해 실제 주가 내 부분적분과정이 존재함을 보이고, 이를 이용하여 개선된 주가 모형화를 통해 평균회귀현상을 설명하고자 한다.

2. 논문의 구성

제 II장에서는 Fama & French (1988), Khil & Lee(2002) 등이 사용한 주식 수익률의 회귀모형을 이용하여 주가의 평균회귀현상이 존재함을 재확인한다. 특히 최대 10년 동안 수익률의 자기회귀계수를 다뤘던 기존의 연구를 확장시켜 20년까지 분석범위를 넓히고, 장기(10년이상)에서도 평균회귀현상이 일어남을 보일 것이다. 그리고 주식의 불안정적인 부분을 랜덤워크로 모형화한 기존의 연구는 초장기의 평균회귀현상을 설명할 수 없음을 지적하고자 한다.

제 III장에서는 부분적분과정에 관한 기존 이론을 소개하고, 주가 모형화에서 부분적분과정이 필요함을 설명할 것이다. 그리고 부분적분과정을 이용한 새로운 주가 모형을 제시할 것이다.

제 IV장에서는 주가 모형을 실제 NYSE 데이터에 적용하여 모수를 추정하고, 추정 결과를 이용, 이론적인 주식 수익률의 자기회귀 계수 값을 구할 것이다.

끝으로 제 V장에서는 본 연구의 결론 및

향후 연구에 대한 방향을 제시하고자 한다.

II. 회귀분석을 통한 주가회귀계수 계산과 기존 주가 모형

1. 회귀분석을 통한 주가회귀계수 계산

Fama & French(1988)는 주식 가격에 예측 가능한 부분이 있는지 확인하기 위한 방법으로, 다음과 같은 주식 수익률의 자기회귀계수를 계산하는 방법을 제안하였다. p_t 를 주가의 자연로그 값이라 할 때, t 기간부터 $t+T$ 기간까지의 연속복리 수익률은 다음과 같다.

$$r(t, t+T) = p_{t+T} - p_t \quad (1)$$

수익률의 자기회귀계수($\beta(T)$)를 구하기 위해서 일정시점을 기준으로 기준시점 이전의 수익률을 독립변수로 설정하고, 기준 이후의 수익률을 종속변수로 설정하여 회귀분석 식을 수립하면 다음과 같다.

$$r(t, t+T) = \alpha + \beta(T) \cdot r(t-T, t) + e_t \quad (2)$$

Fama & French(1988)은 1926~85년 동안의 NYSE 전체 주식 월별 수익률 자료에 대해 분석하고 10년 동안의 자기회귀계수를 계산하였다. 그 결과 $\beta(T)$ 가 1년이 넘는 기간에 대해서 강한 음의 상관관계가 있다는 사실을 관찰하였다. 특히 이러한 음의 상관관계는 점점 강해져서 3~5년의 보유시점에서 가장 크게 나타나고 그 이후에는 점점 약해져서 0으로 수렴하는 U자형 패턴을 보인다는 것을 관측하였다.

2. 기존 주가 모형

Fama & French(1988)는 주가 내 안정적인

부분의 존재가 수익률의 평균회귀현상을 설명할 수 있을 것이라고 생각하였다. 그래서 I(1)의 불안정적인 부분과 AR(1)의 안정적인 부분으로 이루어진 아래와 같은 상태공간모형을 제시하였다.

$$\begin{cases} p_t = q_t + z_t \\ q_t = \mu + q_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{단, } Cov(\varepsilon_t, \eta_t) = 0) \\ z_t = \phi z_{t-1} + \eta_t \end{cases} \quad (3)$$

위와 같은 모형으로부터 수익률의 $\beta(T)$ 는 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\begin{aligned} \beta(T) &= \frac{Cov(r(t, t+T), r(t-T, t))}{Var(r(t-T, t))} \\ &= \frac{Cov(q_{t+T} - q_t, q_t - q_{t-T})}{Var(r(t-T, t))} + \frac{Cov(z_{t+T} - z_t, z_t - z_{t-T})}{Var(r(t-T, t))} \\ &= \frac{Cov(z_{t+T} - z_t, z_t - z_{t-T})}{Var(q_{t+T} - q_t) + Var(z_{t+T} - z_t)} \\ &= \frac{-Var(z_t) + 2Cov(z_t, z_{t+T}) - Cov(z_t, z_{t+2T})}{Var(q_{t+T} - q_t) + 2Var(z_t) - 2Cov(z_t, z_{t+T})} \end{aligned}$$

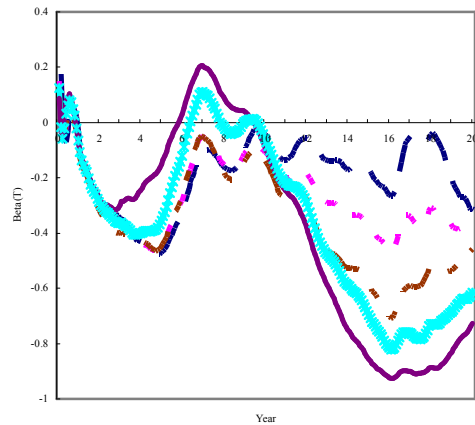
(4)

Khil & Lee(2002)는 몇몇 연구들에서(Lo & MacKinlay(1988), Poterba & Summers(1988)) 수익률의 자기상관계수가 단기에는 양의 값을 나타낸다고 언급하면서 Fama & French (1988)의 모형은 수익률의 음의 자기상관관계만 설명할 수 있음을 지적하였다. 그리고 단기의 양의 자기상관과 장기의 음의 자기상관을 모두 설명할 수 있는 모형으로 다음과 같이 안정적인 부분을 AR(2)로 모형화하는 것을 제안하였다.

$$\begin{cases} p_t = q_t + z_t \\ q_t = \mu + q_{t-1} + \varepsilon_t \quad (\text{단, } Cov(\varepsilon_t, \eta_t) = 0) \\ z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \eta_t \end{cases} \quad (5)$$

3. 기존 모형의 문제점

본 연구에서는 위의 두 연구가 사용했던 NYSE 주식들로 구성된 10 개의 decile 포트폴리오 수익률 자료를 이용하여 수익률의 자기회귀계수를 구하였다. 특히 기존의 연구들이 최대 10년의 자기회귀계수를 구한 것을 20년까지의 값으로 확장시켰다. 분석 결과 아래와 같다.

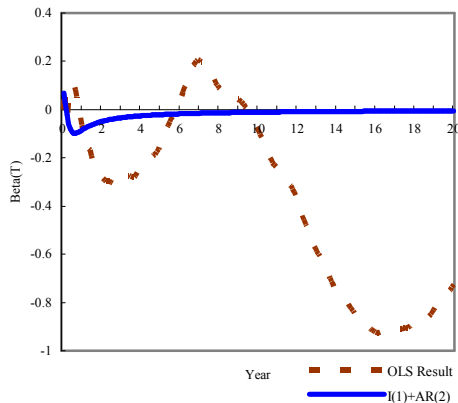


[그림 1 10 deciles의 회귀분석으로 계산된 자기회귀계수]

Fama & French(1988)가 언급한 바와 같이 10년까지는 모든 포트폴리오 수익률의 자기회귀계수가 U자 형태를 나타냄을 볼 수 있다. 하지만 Fama & French(1988) 모형에 따르면 10년 이후의 자기회귀계수는 계속 0으로 수렴해야 하는 반면, 실제 회귀 분석 결과 몇몇의 포트폴리오는 다시 음으로 감소하는 것을 관찰할 수 있다. 이러한 현상은 특히 상장 규모가 큰 주식들의 포트폴리오(decile 6 ~ decile 10)에서 두드러지게 나타났다. 이는 Poterba & Summers(1988)이 제시한 평균회귀현상이 장기에도 지속된다는 결과를 지지하는 것이다.

그림 2는 회귀모형을 통한 decile 10 포트폴리오 수익률의 $\beta(T)$ 와 Khil & Lee (2002)의 모형으로부터 유도된 이론적인

$\beta(T)$ 값을 비교한 것이다. 이론적인 $\beta(T)$ 가 Fama & French(1988)의 모형과 마찬가지로 6년 이내의 U형태는 설명하고 있지만, 10년 이상의 초장기의 $\beta(T)$ 가 음의 값을 갖는 회귀분석결과는 설명하지 못한다.



[그림 2 회귀분석 결과와 Khil & Lee(2002)모형 결과 비교]

Fama & French(1988), Khil & Lee(2002)의 모형에서 T가 증가함에 따라서 $\beta(T)$ 가 0으로 수렴하는 것은, 주가 내 불안정한 부분을 랜덤워크로 모형화 한 결과이다. $\beta(T)$ 에서 $Var(q_{t+T} - q_t)$ 을 제외한 항은 T가 증가함에 따라 상수로 수렴하는 반면, 분모의 $Var(q_{t+T} - q_t)$ 항은 단조 증가하게 된다. 특히 q_t 가 랜덤워크를 따를 경우, $Var(q_{t+T} - q_t)$ 는 T에 비례하여 증가, T가 커짐에 따라서 $\beta(T)$ 가 0에 수렴하는 결과가 얻어지게 된다.

따라서 회귀분석 결과와 같이 10년 이상의 $\beta(T)$ 가 음의 값을 갖는 주가의 모형을 수립하기 위해서는 주가의 불안정한 부분을 랜덤워크가 아닌 다른 확률과정으로 모형화하는 것이 필요하다.

III. 부분적분과정과 이를 이용한 주가모형

1. 부분적분과정

안정적인 시계열 모형으로 일반적으로 쓰이는 ARMA 모형은 lag이 커짐에 따라 자기상관계수가 지수함수적으로 감소하는 것을 가정한다. 하지만 부분적분과정은 훨씬 느리게 감소하는 자기상관계수를 가지며, 이는 ARMA 모형을 포함한 I(0) 혹은 I(1)으로 이분하는 제한적인 시계열 분류에서 중간역할을 하는 모형의 특성을 갖는다(Baillie(1996)).

부분적분과정은 다음과 같이 정의한다.

$$(1-L)^d = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!}L^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!}L^3 + \dots + (-1)^k \frac{d(d-1)\dots(d-k+1)}{k!}L^k + \dots$$

(단, L : Lag operator) (6)

d는 0.7, -0.4 등의 소수이며, $(1-L)^d$ 의 Taylor 전개를 통해서 무한의 정수 lag을 갖는 연산자로 간주할 수 있다. 또한 I(d)는 $-0.5 < d < 0.5$ 일 때 안정적인 시계열이 된다(Baillie(1996)).

2. 주가를 부분적분과정으로 모형화한 경우

부분적분과정으로 주가를 모형화한 경우 $\beta(T)$ 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$(1-L)^d q_t = \mu + \varepsilon_t \quad (7)$$

$$\beta(T) = \frac{Cov(r(t, t+T), r(t-T, t))}{Var(r(t-T, t))} = \frac{Cov(q_{t+T} - q_t, q_t - q_{t-T})}{Var(q_{t+T} - q_t)} \quad (8)$$

분자, 분모를 계산하기 위해 q_t 를 무한대 Moving Average (MA) 과정으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 (1-L)^d q_t &= \mu + \varepsilon_t \\
 q_t &= \frac{(1-L)^{-d} \mu + (1-L)^{-d} \varepsilon_t}{\mu} \\
 &= \mu' + \left(1 + dL + \frac{d(d+1)}{2!} L^2 + \dots + \frac{d(d+1)\dots(d+k-1)}{k!} L^k + \dots \right) \varepsilon_t \\
 &\equiv \mu' + (\pi_1 L + \pi_2 L^2 + \dots + \pi_k L^k + \dots) \varepsilon_t
 \end{aligned}$$

(9)

이를 이용하여, $q_{t+T} - q_t$ 를 표현하면 다음과 같다.

$$q_{t+T} - q_t = \varepsilon_{t+T} + \pi_1 \varepsilon_{t+T-1} + \dots + \pi_{T-1} \varepsilon_{t+1} + (\pi_T - 1) \varepsilon_t + (\pi_{T+1} - \pi_1) \varepsilon_{t-1} + \dots$$

(10)

$Cov(q_{t+T} - q_t, q_t - q_{t-T})$ 을 계산하면,

$$\begin{aligned}
 Cov(q_{t+T} - q_t, q_t - q_{t-T}) &= Cov \left(\begin{matrix} (\pi_T - 1) \varepsilon_t + (\pi_{T+1} - \pi_1) \varepsilon_{t-1} + \dots \\ \varepsilon_t + \pi_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + (\pi_T - 1) \varepsilon_{t-T} \dots \end{matrix}, \right. \\
 &= \sigma_\varepsilon^2 [(\pi_T - 1) + \dots + (\pi_{2T-1} - \pi_{T-1}) \pi_{T-1} + \dots]
 \end{aligned}$$

(11)

이 된다¹.
 마찬가지로 $Var(q_{t+T} - q_t)$ 를 계산하고, 이를 이용하여 다양한 d값에 대하여 이론적인 $\beta(T)$ 를 계산하면 표 1과 같다.

D	$\beta(T=1000)$
0.6	-0.4496
0.7	-0.3478
0.8	-0.2440
0.9	-0.1298

[표 1 주가를 부분적분과정으로 모형화 시, T=100의 자기회귀계수]

표 1 에서 고려한 모형은 모두 d가 0.5 초과로 불안정한 시계열이다. 계산결과에서

¹ 실제 계산시, 무한 개 항의 덧셈을 근사하는 과정이 필요하다. 각 항은 lag이 커짐에 따라 감소하며, 더해지는 항이 10^{-6} 이하가 되면 수렴한다고 판단, 해당 lag 항의 합까지를 무한항의 합으로 근사하였다.

lag을 충분히 길게 했음에도 $\beta(T)$ 가 0으로 수렴하는 것이 아닌 특정 음의 값을 갖는 것을 볼 수 있다.

즉 주가의 불안정성과 수익률이 초장기에서 음의 자기회귀계수를 갖는 것으로부터 주가 내 $d > 0.5$ 인 I(d)과정이 존재함을 의심할 수 있다.

3. I(d) + AR(2) 주가 모형

본 연구에서는 주가의 불안정한 부분을 I(d)로 안정한 부분을 AR(2)로 표현하는 주가 모형을 제안하고자 한다. 이를 상태공간모형으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} p_t = q_t + z_t \\ (1-L)^d q_t = \mu + \varepsilon_t \quad (\text{단, } Cov(\varepsilon_t, \eta_t) = 0)^2 \\ z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \eta_t \end{cases}$$

(12)

주식수익률의 $\beta(T)$ 는 AR(2)의 영향으로 초기에 0 근처의 양의 값에서 시작, T가 증가함에 따라 점점 음의 값으로 감소할 것으로 예상된다. T가 계속 증가함에 따라 AR(2)의 영향이 미약해지고 I(d)의 영향이 커짐에 따라 초장기의 $\beta(T)$ 는 음의 값으로 수렴할 것으로 예상된다.

IV. 실증분석

1. 분석자료

Fama & French(1988)가 사용하였던 1926년 7월 ~ 1985년 12월의 모든 NYSE 주식들의

² 두 오차항 간 상관관계를 고려하는 경우, 추정결과로부터 유도된 $\beta(T)$ 는 진동폭이 크거나 장기적으로 양의 값이 나오는 등의 결과가 얻어졌다. 따라서 모형으로부터 얻어진 자기회귀계수 설명력을 위해 오차항 간 독립을 가정하였다.

월별수익률 자료를 이용하였다. 이 자료는 매년 말 모든 주식을 규모에 따라서 10개의 decile 포트폴리오로 구분하여 포트폴리오의 월별 수익률을 계산한 것이다. 또한 회귀분석을 통해 관찰한 결과, 비교적 규모가 큰 종목의 포트폴리오(decile 6~10)에서 초장기 평균회귀 현상이 일어남을 관찰하여, decile 6-10 포트폴리오를 중심으로 분석하였다.

	d	ϕ_1	ϕ_2	σ_ε	σ_η
Decile6	0.7571	0.9831		0.2330	7.5481
Decile7	0.8092	1.1491	-0.1621	0.0384	6.9639
Decile8	0.7636	1.1418	-0.1638	1.6384	6.3172
Decile9	0.8079	1.1311	-0.1464	1.4760	6.1585
Decile10	0.8682	1.1113	-0.1225	2.1467	4.8114

[표 2 모수 추정 결과]

2. 모수추정방법

모수 추정은 두 단계로 이루어졌다. 먼저 Geweke & Porter-Hudak(1983)의 방법을 이용하여 주가 수익률 내 부분적분차수(d')를 추정하였다. 그 후 추정된 \hat{d}' 값을 바탕으로 상태공간모형을 정의한 후, 칼만필터를 이용하여 나머지 모수를 추정하였다.³

\hat{d}' 추정 후, 상태공간모형을 정의하기 위해 I(d) 과정을 다음과 같이 근사한다.

$$(1-L)^d q_t \approx \left(1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!} L^2 + \dots + \frac{d(d-1)\dots(d-19)}{20!} L^{20} \right) q_t \quad (13)$$

(12)번 모형에서 위와 같은 근사를 바탕으로 칼만필터를 이용하여 $\phi_1, \phi_2, \sigma_\varepsilon, \sigma_\eta$ 값을 추정한다.

3. 추정결과

모수 추정결과 다음과 같다.⁴

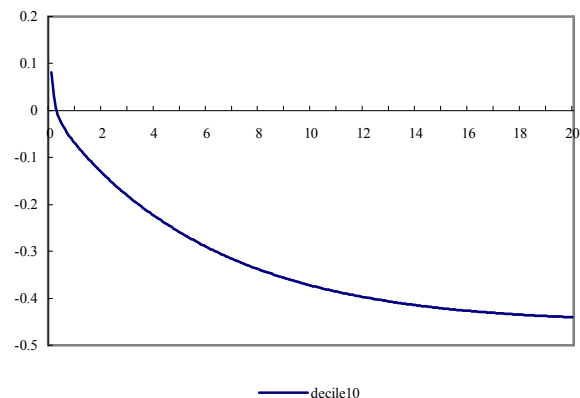
³ Geweke & Porter-Hudak의 방법을 이용한 d의 추정은 R의 fracdiff 패키지를 이용하였고, 칼만 필터를 이용한 나머지 모수의 추정은 Matlab을 이용하여 수행하였다.

⁴ Decile 6의 경우 I(d)+AR(2)모형 하 $\phi_1, \phi_2, \sigma_\varepsilon, \sigma_\eta$ 의 추정이 잘 이루어지지 않았다. 따라서 해당 decile에 대해서만 I(d)+AR(1)모형을 적용하고 나머지 decile에 대해서는 I(d)+AR(2)모형을 적용시킨 결과이다.

d를 살펴보면, 추정결과 1보다 작은 값들이 얻어졌다. 이는 주가의 불안정한 부분을 I(1) 과정으로 모형화하는 것이 정확하지 않다는 것을 말해준다. 0.5보다 큰 d값은 주가의 불안정성을 설명할 수 있다. 동시에 d가 1이 아닌 소수로 얻어진 점은 III장에서 주가를 I(d) 과정으로 모형화한 결과와 마찬가지로 주식 수익률의 $\beta(T)$ 가 장기적으로 음의 값을 가짐을 의미한다.

4. 추정결과로부터 얻어진 $\beta(T)$

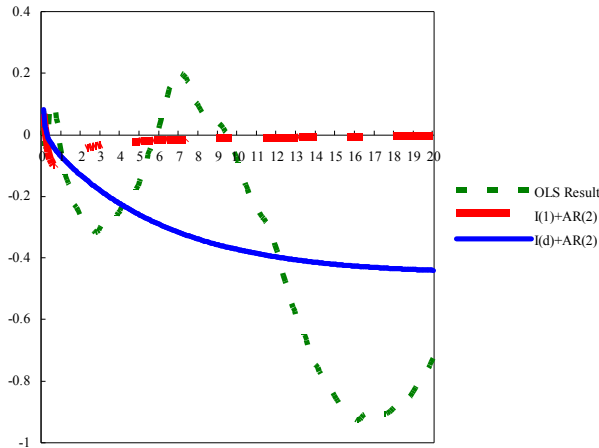
모수 추정결과를 위 식에 대입하여 $\beta(T)$ 를 구하면 다음과 같다.



[그림 3 추정결과로부터 얻어진 decile 10의 자기회귀계수]

예상한 바와 같이 $\beta(T)$ 는 초기에 0 근처에서 시작해서 음의 값으로 감소하며, T가 충분히 커짐에 따라 특정 음의 값에 수렴한다.

즉 2장에서 회귀분석을 통해 주가 수익률의 자기회귀계수를 구한 결과와 단기적, 장기적 관점에서 일치한다. 이는 회귀분석을 통해서 그 존재 가능성이 제시된 10년 이상의 초장기에 나타나는 평균회귀현상이 주가 모형을 통해서도 설명할 수 있음을 의미한다.



[그림 4 회귀분석, 기준주가모형, 부분적분과정을 포함한 모형 결과 비교]

그림 6은 decile 10 포트폴리오의 수익률에 대해 회귀분석을 통해서 얻은 $\beta(T)$, Khil & Lee(2002)의 모형으로부터 얻어진 $\beta(T)$ 와 본 연구에서 제시한 주가모형으로부터 얻어진 $\beta(T)$ 를 비교한 것이다.

기존의 모형과 비교하면, I(d)와 AR(2)의 합으로 표현한 주가 모형은 회귀분석으로부터 얻어진 $\beta(T)$ 의 장기적인 값에 대한 설명력이 개선됨을 볼 수 있다. 기존에 I(1)을 포함한 모형은 초장기의 $\beta(T)$ 값에 대해 0근처로 수렴하는 값을 가진다. 반면에 I(d) 과정을 도입한 새 주가모형은 특정 음의 값으로 수렴하는 값을 가지면서 회귀분석결과와 유사한 결과를 도출한다.

V. 결론

Fama & French(1988)는 주식 수익률간 회귀분석을 통해 자기회귀계수를 구함으로써 주식 수익률의 평균회귀현상을 설명하였다. 특히 3-5년의 자기회귀계수가 음의 값이고, 그 후에는 점점 0으로 감소하여 평균회귀현상이 소멸한다고 주장하였다.

하지만 최대 10년까지의 자기회귀계수를 계산한 기존 연구를 20년까지 분석범위를 확장시킨 결과, 기존의 모형으로 설명할 수 없는 패턴이 관찰되었다. 회귀분석을 통해 얻어진 결과에 의하면 NYSE의 6~10 decile 포트폴리오의 경우, 10년 이상의 자기회귀계수는 0이 아닌 특정 음의 값을 나타내며, 이는 평균회귀현상의 장기 지속성에 관한 Poterba & Summers(1988)의 결과를 지지한다. 이는 장기의 자기회귀계수에 영향을 미치는 I(1) 과정이 다른 확률과정으로 모형화 되어야 함을 암시한다.

새로운 확률 과정으로 주가모형 내 부분적분과정(I(d))의 도입을 제안하였다. 주가가 순수한 부분적분과정을 따를 경우, 10년 이상의 초장기 자기회귀계수는 0이 아닌 특정 음의 값을 갖는 것으로 나타났다. 이러한 결과를 바탕으로 주가의 불안정한 부분을 I(d), 안정한 부분을 AR(2)로 하는 주가 모형을 제안하였다.

실제 주식 수익률 자료로부터 주가의 적분차수(d)를 추정한 결과 0.8 부근의 값으로 I(1)과는 괴리가 있음이 밝혀졌다. 주가 모형 내 나머지 모수들에 대해서도 추정하고 이를 이용하여 이론적인 $\beta(T)$ 를 계산한 결과, 회귀분석을 통해서 얻어진 결과와 유사한 패턴이 나왔다. 즉 처음에 0부근의 양 혹은 음의 값에서 시작, 시간이 지남에 따라 점점 감소하여 계속 음의 값이 유지되는 패턴이

얻어졌다. 이는 주식 수익률의 평균회귀현상이 3-5년 뿐 아니라 10년 이상의 초장기에도 나타남을 설명하는 것이며, 장기적인 관점에서도 주식 시장의 비효율성은 존재함을 의미한다.

본 연구에서 제안한 주가 모형이 회귀분석결과를 설명하는 데 있어서 3년부터 6년까지의 중간 변동은 표현하지 못한 한계가 존재한다. 이를 개선하기 위해서 안정한 부분을 좀더 정확히 모형화하는 것이 필요하다고 추측된다. 또한 본 연구에서 사용한 자료는 포트폴리오의 수익률로써, 시간이 지남에 따라 한 포트폴리오 내에 포함되는 종목이 변경될 가능성이 있다. 이러한 종목 변경으로 인한 영향을 통제하기 위해 단일 종목 혹은 채권 등 다른 금융자산을 대상으로 분석 하는 것을 고려할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

[1] Fama, E., 1970, "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work." *Journal of Finance* 25, 383-417.

[2] Fama, E. and K. French, 1988, "Permanent and Temporary Components of Stock Prices." *Journal of Political Economy* 96, 246-273.

[3] French, K., G. Schwert and R. Stambaugh, 1987, "Expected Stock Returns and Volatility." *Journal of Financial Economics* 19, 3-30.

[4] J. Hosking, 1981, "Fractional Differencing." *Biometrika* 68, 165-176.

[5] Khil, J., and Lee, B., 2002, "A Time-Series Model of Stock Returns with a Positive Short-Term Correlation and a Negative Long-Term Correlation." *Review of Quantitative Finance and Accounting* 18, 381-404.

[6] Lo, A. and C. MacKinlay. 1988, "Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test." *Review of Financial Studies* 1, 41-66.

[7] Poterba, J. and L. Summers, 1988, "Mean Reversion in Stock Prices: Evidence and Implications." *Journal of Financial Economics* 22, 27-59.

[8] R. Baillie, 1996, "Long Memory Processes and Fractional Integration in Econometrics." *Journal of Econometrics* 73, 5-59.

[9] Summers, L., 1986, "Does the Stock Market Rationally Reflect Fundamental Values?" *Journal of Finance* 41, 591-601.