Journal of the Korean Institute
of Industrial Engineers
Vol.23, N0.3, September, 1997

복점시장에서 신상품의 동태적 최적가격설정에 관한 연구

Dynamic Optimal Pricing for New Products in a Duopoly

전덕빈* · 최리군**

Jun, Duk-bin* · Choi, Li-koon**

Abstract

This paper deals with dynamic optimal pricing for new products by a firm which maximizes the discounted profit stream of it's own in a duopoly. The problem is constructed as differential games and dynamic optimization theory. Cost is assumed to decline as time goes on. A modified customer's choice model is formulated as a diffusion model and we solve a dynamic optimization problem by adopting the diffusion model. Since this paper focus on deriving real prices not showing a time trend, we formulate recursive form equations of costate variables(shadow price) and a simultaneous equation of price. Hence we derive a dynamic optimal pricing model for using in real market. In particular, we construct a dynamic optimal pricing model in the case that there are benefits from not only new subscribers but also previous subscribers. We analyze instant camera market in U. S. A(1976-1985) by utilizing the above model.

1. 서론

상품과 기술의 life-cycle이 짧은 현대 시장에서 기업은 신상품 전략의 성공여부가 기업의 생존여부를 좌우한다고 할 수 있다. 신상품 전략의 목적은 결국 신상품 판매로부터 오는 이윤의 극대화일 것이며, 따라서 신상품을 개발한 후에 시장 출시에 앞서 수행하는 가격결정은 기업의 이익과 직결되는 주요 결정사항이다. 현재의 기업들중 시장점유율

* 한국과학기술원 경영공학과

** 전자부품종합기술연구소 정책기획실 기술정책연구팀

극대화를 전략목표로 세우고 있는 경우도 있다. 그 대표적인 예가 이동통신시장과 자동차시장으로 단말기 생산원가보다 낮은 가격판매와 판매할당제식 영업을 하고 있는데, 이 기업들이 이윤극대화를 생각하지 않는다면 서로 경쟁적으로 가격을 낮추게 되고 가격은 결국 "0"이 될 것이다. 하지만 이러한 기업들도 결국 통신사용료나 무이자할부를 통한 저가격판매등으로 이윤을 극대화하고 있다.

가격결정은 설문조사나 전문가의 의견에 의해 적절히 설정할 수도 있겠지만 그 보다는 생산비용과 상품의 특성을 고려하여 product life-cycle, 즉 상품판매의 동태성을 근거하여 가격을 설정한다면 보다 합리적인 가격을 도출할 수 있을 것이다.

신상품이 출시된 후 당분간은 기술적 문제, 자금상의 문제, 정부의 정책 등에 의해 독점시장이 유지되지만 현재와 같이 정보의 흐름이 빠르고 시장환경이 매우 급격히 변동하는 상황에서는 짧은 기간에 시장구조가 복점이나 과점으로 전환된다.

따라서, 본 연구에서는 이러한 현상을 보다 현실적으로 반영하기 위해서 신상품 시장의 동태적 변동, 소비자 선택에 근거한 수요과정, 복점시장구조를 고려한 기업의 최적 가격설정문제를 다루고자 한다.

독점 시장에 대한 동태적 최적가격설정에 관한 연구는 Kalish(1983)에 의해서 정리되었으나 복점시장이나 과점시장인 경우에 대해서는 수리적 문제해법의 난해성으로 인해 명확하고 일반적인 연구가 발표되지 않고 있다. 따라서, 기존의 연구는 각 상황에 알맞은 수요모형과 제약을 가정하여 최적가격이나 전략을 도출하고 있다. Dockner(1984, 1985)는 수요모형을 Bass모형에서 혁신효과(innovation effect)만을 고려한 복점모형을 가정하고 시간에 따라 지속적으로 감소하는 가격추이를 도출하였다. Dockner and Jorjensen(1988)은 신상품 수요는 전체시장의 가격과는 무관하게 성장하며, 수요는 자기 기업의 가격과 경쟁기업의 가격에 외생적인 영향을 받는 수요모형을 가정한 후, 단위시간동안의 수요증가율이 증가추세(시간에 대한 2차 미분값이 (+))이면 가격을 증가시키고 감소추세이면 가격을 감소시키는 전략을 최적전략으로 도출하였다. 또한, Erickson(1983)은 컴퓨터 모의실험을 통하여 복점시장에 대해, Rao and Bass(1985)는 가격경쟁이 아닌 생산량 경쟁구조하에서 동태적 최적가격설정문제를 다루었다. 이러한 기존의 연구에서는 최적해 도출기법의 난해성으로 인해 일반적 수요모형을 사용하지 못하고, 대개가 시장 수요의 동태성 또는 경쟁사들의 가격간 경쟁효과가 무시된 변형 Bass모형을 가정하였으나 본 연구에서는 가격이 소비자 상품선택에 미치는 효과를 고려한 '소비자 선택에 근거한 신상품 수요모형(Y. S. Park 1995))'을 이용하여 보다 합리적인 가격과 가격전략을 구하고자 한다.

2. 수요함수와 모형의 기본가정

본 연구에서 사용될 신상품 수요모델은 선택모형(choice model)을 개선한 것으로 상품의 속성과 상품에 대한 불확실성이 시간에 따라 변화함에 따라 상품 구매확률이 변하는 모형으로서 상품i의 수요함수는 다음과 같다.

식(1)…

$$\dot{x}_i = f_i(x_i, x_j, p_i, p_j, t_i, t_j)$$

$$= (M - k(\frac{p_i + p_j}{2}) - x_i - x_j) \times (\frac{e^{\beta_0 - \beta_1 p_i + \gamma t_i}}{e^{\alpha} + e^{\beta_0 - \beta_1 p_i + \gamma t_i} + e^{-\beta_1 p_j + \gamma t_j}})$$

M = 상품의 잠재시장규모

$x_i = x_i(t)$: t 시점에 기업 i의 누적판매량

$\dot{x}_i = \dot{x}_i(t) = \frac{\partial x_i}{\partial t}$: t 시점에 기업 i의 신규판매량

$p_i = p_i(t)$: t 시점에 기업 i 상품의 가격

t_i : 상품 i의 시장 출시시점부터 경과시간

즉, 상품 i의 대한 수요는 상품의 잠재시장규모에서 t시점까지 아직 구매되지 않는 것중 상품 i의 가격과 상품출시후의 인지도, 상품 j의 가격과 상품출시후의 인지도에서 오는 효용의 상대적 크기에 따라 구매가 결정되는 과정을 모형화한 것이다.

앞으로 고려할 복점시장에서의 최적가격설정모형에서는 다음과 같은 가정을 한다.

i) Dynamic Demand Equations. 수요함수는 앞의 식과 같이 가정함으로써, t기의 판매량은 두 기업의 과거의 판매량과 현재의 가격에 영향을 받는 것을 가정하였다. 그런데, 기존 최적가격설정 연구에서 일반적으로 사용된 확산모형은 Bass(1969)모형 또는 그와 유사한 형태의 innovation effect와 imitation effect를 가정한 모형으로서 그러한 모형은 가격이 외생적으로 수요에 영향을 준다고 가정하고 대부분 Bass모형에 가격을 곱하는 형태였기에 가격이 소비자의 수요과정에 미치는 영향을 적절히 반영하지 못했다. 또한 보다 단순한 형태로 두 효과중 하나만이 존재하는 경우의 수요모형을 가정하였으나, 본 연구에서는 Bass(1969)모형과는 다른 가정, 즉, 상품이 시장에 출시된 이후로 시간이 지남에 따라 불확실성의 제거에 의한 소비자의 효용증가와 상품의 가격, 품질 등의 속성이 소비자의 효용에 영향을 미치게 되어 상품을 선택・구매한다는 가정에 의한 customer's choice based diffusion model을 사용함으로써, 가격경쟁효과와 시간에 따른 동태적 수요를 고려할 것이다.

ii) Objective Functions. 두 경쟁기업은 정해진 계획구간(fixed planning horizon)에서 이윤흐름의 현재가치를 극대화하는 것을 목표로 한다고 가정한다. 이때, discount rate는 기업이 미래에 얻을 이윤의 가치를 떨어뜨림으로써, 가격결정에 영향을 줄 것이다. 그런데, 수학적 편리함을 위해서 두 경쟁기업의 discount rate와 계획구간의 범위는 같다고 가정한다.

iii) Cost Function. 기존의 연구에서는 일반적으로 단위당 생산비용을 누적 생산량의 함수로 가정하고 learning effect를 가정하였지만, 그러한 경우 누적생산량은 판매량과 관련이 있으며 판매량은 가격의 함수이기에, 본 연구에서과 같이 가격이 비용의 종속변수인 모형에서는 가격과 비용이 서로 영향을 미치게 되어 실제수치가격(real value price)을 구할 수 없기에 가격의 추이가 아닌 실제가격을 구하는 것이 목적인 본 연구에서는 비용

함수에 학습효과(learning effect)와 규모의 경제효과를 고려하지 않고 시간의 흐름이 학습효과와 규모의 경제효과를 포함하여 비용을 감소시킨다고 가정하였다.

ⅳ) Market Structure. 두 기업이 가격을 임의로 설정할 수 있는 차별적 상품을 생산하는 복점시장구조를 가정하였다.

ⅴ) Optimal Solution. 두 기업 모두 상대방 기업이 합리적으로 행동한다고 가정을 하고 자신의 최적전략인 Nash전략에 따라 행동한다고 가정하였다. Nash equilibrium 모형에서는 수요모형이 이미 결정되어 있고, 모든 기업이 가격, 비용, 산업전체의 판매량을 알고 있다고 가정한다.

3. 동태적 최적가격설정

기업은 정해진 시간(planning horizon$0 \le t \le T$) 동안의 할인된 이윤(discounted profit)의 합을 극대화시키는 것을 목표로 한다고 가정하고, Hamiltonian function을 이용하여 동태적 최적가격을 구한다.

3.1 독점(Monopoly)인 경우

대부분의 기존 연구에서 복점시장에서의 동태적 최적가격설정문제란 것은 독점인 경우를 확장한 경우이기에, 먼저 상대적으로 간단한 경우인 소비자 선택과정에 근거한 수요모형하의 독점기업의 최적가격설정에 대해서 살펴보고 다음 장에서 본 연구의 주제인 경쟁의 경우에 대해서 살펴보고자 한다.

독점기업인 경우의 최적가격설정은 일정기간 동안 이윤의 합을 극대화시키는 가격경로를 찾은 것이라 하면,

식(2)…

$$Max_{p(t)}\,\pi = \int_0^T e^{-\delta t}(p(t)-c(t)) \cdot \dot{x}(t)d_t$$

$$s.t. \quad \dot{x}(t) = f(x,\ p,\ t)\ ; \quad x(0) = x_0.$$

위의 문제를 동태적 최적화 문제(dynamic optimization problem)라 부르며, 위 문제에 목적함수에 costate variable(shadow price)을 도입한 Hamiltonian function을 아래와 같이 정의하고 그것을 이용하여 최적가격을 구한다.

식(3)…

$$H(p, x, \lambda, t) = e^{-\delta t} \cdot (p - c(t) + \lambda) \cdot f(x, p, t)$$

극대화를 위한 first-order necessary condition은 아래와 같고,

식(4)…

$$\frac{\partial H}{\partial p} = f + (p - c(t) + \lambda)\frac{\partial f}{\partial p} = 0$$

이를 통해 도출된 '독점하의 동태적 최적가격'은 다음과 같다.

식(5)…

$$p = c(t) - \lambda - \frac{-\beta e^{\alpha}}{e^{\alpha} + e^{-\beta p + \gamma t}}$$

여기서, costate variable(shadow price)는 다음의 조건을 만족해야 하며, 식(5)를 대입하여 정리하면 식(7)과 같이 나타낼수 있다.

식(6)…

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x},\ \lambda(T) = 0$$

식(7)…

$$\lambda = -\left\{ -\frac{\partial c(t)}{\partial x} f + (p - c(t) + \lambda) \frac{\partial f}{\partial x} \right\} = \frac{\partial c(t)}{\partial t} + \frac{e^{-\beta p + \gamma t}}{\beta e^{\alpha}}$$

따라서, 현재 한단위 판매에 따른 미래의 기대이익은 다음과 같다.

식(8)…

$$\lambda = c(t) - c(T) - \int_0^T \frac{e^{-\beta p + \gamma t}}{\beta e^{\alpha}} dt$$

즉, 최적가격은 비용($c(t)$)에서 현재 생산에 따른 미래의 한계이윤(λ)을 뺀후 가격탄력도(β)가 곱해진 비구매 확률의 합에 의해서 결정되게 된다. 또한, 현재 추가생산에 따른 미래의 한계이윤(λ)은 현재 한 단위 더 생산함에 따른 미래의 비용절약효과($c(t) - c(T)$:학습효과)와 수요가 아직 구매가 이루어지지 않은 잠재시장규모에 미치는 효과의 합의 크기에 따라서 결정된다. 여기서, 수요가 잠재시장규모에 미치는 영향이 음수인 것은 시장포화효과에 따른 것으로 현재 한 단위 더 판매하면 미래에 구매할 수요자 수가 줄게 되는 효과에 의한 것이다. 이때, 기업의 전략은 λ가 양수라면 가격을 낮추어 더 판매함으로써 미래의 이익을 기대한다는 것이다.

극대화를 위한 2차 조건은 식(4)에 식(5)를에 대입한후 구하면 아래와 같다.

식(9)…

$$\frac{\partial^2 H}{\partial p^2} = \frac{\partial f}{\partial p} \left[\frac{e^{\alpha} + e^{-\beta p + \gamma t}}{e^{\alpha}} \right] \leq 0$$

또한, 시간경과에 따른 가격변화의 추이는 식(5)를 시간t에 대해서 미분한후 식(7)을 대입한후 정리함으로써 도출할 수 있다.

식(10)…

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\gamma - 1}{\beta} \cdot \frac{e^{-\beta p + \gamma t}}{(e^{\alpha} + e^{-\beta p + \gamma t})}$$

시간에 따른 가격변화는 비용함수와 상관없이 상품출시후 시간이 경과됨에 따라, 상품구매의 불확실성의 감소정도(γ)와 가격탄력도(β)의 상대적 크기에 따라 지속적으로 감소하거나 증가하게 된다.

앞의 식에서 , γ-1 〈 0이면, $0 < \frac{e^{-\beta p + \gamma t}}{(e^{\alpha} + e^{-\beta p + \gamma t})} < 1$은 시간경과에 따라 S자형으로 증가하게 되므로 가격변화는 항상 음수이게 된다. 따라서 이 경우에는 최적전략 가격은 비용함수와 상관없이 단조감소하게 되는데, 이는 시간에 따른 불확실성의 감소로 인한 효용의 증가가 그리 크지 않으므로 초기에 높은 가격을 책정하여 아직 구매하지 않은 잠재구매자가 많을 때, 그중 지불용의 가격이 높은 사람들로부터 차례로 구매시키는 전략이 유용하다는 것이다. 반대로, 시간에 따른 불확실성의 감소정도가 매우 커서, γ-1 〉0 이라면 가격은 단조 증가하게 되는데, 이것은 시간경과에 따른 불확실성의 감소로 인한 효용의 증가가 매우 높은 상품이기 때문에 가격을 점차로 증가 시켜도 충분히 구매가 발생하는 경우이다.

3.2 복점(Duopoly)인 경우

1) 판매 서비스・상품 최적가격설정

상대적 가격하락으로 인한 대체효과는 물론, 가격이 하락함에 따라 기존에는 구매가 불가능하던 소비자들이 가격하락에 의해서,

구매가 가능하게 되는 소득효과도 반영한 수요모형을 가정하고, 그에 대한 최적전략가격을 구하고자 한다.

수요모형은 'II.수요함수와 모형의 기본가정'에서와 같은 수요모형과 해법상의 각각의 절차를 가정하고 앞의 독점인 경우와 같은 과정을 통해 복점시장에서의 동태적 최적가격 방정식과 costate variable방정식을 구한 다음, 기업에서 가격변화설정은 불연속적으로 발생시키므로 각각의 방정식의 시간을 불연속적으로 취급하여 기업 i의 최적가격설정모형을 구해보면 다음과 같이 나타낼수 있다.

가정한 수요함수는 아래와 같고

식 (11)…

$$\dot{x}_i(t) = \left(M - k\left(\frac{p_i + p_j}{2}\right) - x_i - x_j\right) \times \left(\frac{e^{\beta_0 - \beta_1 p_i + \gamma t_i}}{e^{\alpha} + e^{\beta_0 - \beta_1 p_i + \gamma t_i} + e^{-\beta_1 p_j + \gamma t_j}}\right)$$

이때, i기업의 가격전략을 일정기간동안이 윤극대화 문제는 아래와 같다.

식 (12)…

$$\underset{p_{1,i}(t)}{Max}\ \Pi_i = \int_0^T e^{-\delta t}\,[p_i(t) - c_i(t)] \cdot \dot{x}_i(t)\, d_t$$

subject to :

$$\dot{x}_i(t) = f_i(p_i(t),\ p_j(t),\ x_i(t),\ x_j(t),\ t_i, t_j),\ x_i(0) = x_{i0}$$

$$\dot{x}_j(t) = f_j(p_i(t),\ p_j(t),\ x_i(t),\ x_j(t),\ t_i,\ t_j),\ x_j(0) = x_{j0}$$

위의 문제에 대한 Hamiltonian function은 다음과 같이 정의할 수 있다.

식(13)…

$$H_i(t) = (p_i(t) - c_i(t) + \lambda_i^i(t))\,\dot{x}_i(t) + \lambda_j^i(t)\,\dot{x}_j(t)$$

따라서, 최적 가격설정모형은 아래와 같다.

식 (14)…

$$p_i(t) = c_i(t) - \lambda_i^i(t)\left\{1 + \frac{\dfrac{\partial \dot{x}_j(t)}{\partial p_i(t)}}{\dfrac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial p_i(t)}}\right\} - \frac{\dot{x}_i(t)}{\dfrac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial p_i(t)}}$$

기업 i의 최적가격은 현재의 생산비용과 costate variable(shadow price:현재의 한 단위 판매에 따른 미래의 이익), $\lambda_i^i(t)$의 부호 · 크기와 가격변화에 따른 자사 상품의 가격탄력도와 경쟁사 상품의 가격탄력도의 비율에 의해 결정되게 된다.

이때, costate variable은 아래와 같다.

식(15)…

$$\lambda_i^i(t) = \frac{\lambda_i^i(t-1) + \dfrac{\dot{x}_i(t)}{\dfrac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial p_i(t)}}\dfrac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial x_i(t)}}{1 - \delta - \left\{\dfrac{\dfrac{\partial \dot{x}_j(t)}{\partial p_i(t)}}{\dfrac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial p_i(t)}}\dfrac{\partial \dot{x}_j(t)}{\partial x_i(t)} - \dfrac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial x_i(t)}\right\}}$$

$$,\ \lambda_i^i(T) = 0$$

여기서 δ는 할인율(discount rate)을 나타내는 것이다. $p_i(t)$는 기업의 의사결정변화가 불연속적(discrete)으로 발생한다는 것을 고려하여 costate variable을 과거의 값으로부터 변화되어 오는 방정식(recursive form equation)의 형태로 나타냄으로써, 미지수가 $p_i(t)$, $p_j(t)$, $\lambda_i^i(t)$, $\lambda_j^j(t)$만인 가격방정식으로 정리할 수 있다. 위의 식(14), 식(15)과 대칭되는(symmetric) 기업 j의 방정식들이 존재하므로 transversality condition($\lambda_i^i(T)$ = $\lambda_j^j(T)$=0)을 만족시켜주는 초기값을 $\lambda_i^i(1)$, $\lambda_j^j(1)$을 선택한 후 식(14)과 식(15)에 각각 대입하여 $p_i(1)$, $p_j(1)$와 $\lambda_i^i(2)$, $\lambda_i^j(2)$를 구한다. 이렇게 대입하여 초기시점부터 연쇄적으로 연립방정식을 풀어서 시간에 따른 최적전략가격을 구할 수 있다.

여기서 도출된 모형을 바탕으로 과거 미국의 즉석 카메라 시장 자료(Kodak, Polaroid, 1976-1985)를 이용하여 분석한 결과는 부록의 표(2)와 같다. 실제 판매가격과 현재 한개의 상품을 판매함으로써 미래에 얻게되는 기대이익(λ)을 고려하여 현재의 가격을 결정하는 동태적 가격결정과 미래의 이익을 고려하지 않고 현재의 가격을 결정하는 근시안적 가격결정시, 각각의 기업이윤을 추정하였다. 그 결과 동태적 가격을 책정할 때 가장 많은 이윤을 창출시킬수 있다는 결론을 도출하였으며, 이 사례에서는 상품 출시 초기에는 가격을 높게 책정하여, 기존 카메라와는 달리 촬영 즉시 사진을 볼 수 있다는 것에 큰 이점을 느껴 지불용의가격이 매우 높은 소비자들에게는 높은 가격을 책정하고, 시간에 지남에 따라 가격을 점차로 낮추어 상대적으로 지불용이가격이 낮은 사람들에게도 구매토록 하는 경우 기업의 이익은 더 높아진다고 분석할 수 있겠다. 즉, 잠재구매자들의 지불용의 가격에 맞추어 소비자 잉여를 최소로 만드는 skimming-pricing전략을 사용하는 것이 최적이라는 결과가 도출되었다.

2) 가입 서비스 · 상품 최적가격설정

구매시에만 기업의 수익을 발생시키는 상품과는 달리 가입 서비스의 경우는 가입한 후 해약을 하지 않는한 이용료로부터 계속 수익이 발생한다. 그 대표적인 예로 이동전화, 무선호출, 컴퓨터 통신 등의 서비스가 있다. 따라서, 이러한 경우에는 최적 가격설정 모형은 앞에서 살펴본 것과 같은 구매시에만 수익이 발생하는 경우의 전략과는 차별되어야 한다.

기업의 목적은 앞에서와 같이 일정 기간동안의 이윤 극대화라고 할 때, 목적함수는 다음과 같다. 그런데, 두 가지 가격 모두에 대해서 동시에 최적가격을 구하는 것은 매우 난해한 일이므로 본 논문에서는 두 가지 가격중에 기업의 수익에 보다 기여하는 이용료만을 결정하는 문제에 대해서 고려하겠다.

가정한 수요함수는 아래와 같고

식 (16)…

$$x_i = (M - x_i - x_j) \times \left(\frac{e^{\beta_0 - \beta_1 p_{1,i} - \beta_2 p_{2,i} + r t_i}}{e^{\alpha} + e^{\beta_0 - \beta_1 p_{1,i} - \beta_2 p_{2,i} + r t_i} + e^{-\beta_1 p_{1,j} - \beta_2 p_{2,j} + r t_j}}\right)$$

where ; $p_{1,i}$ = 서비스 i의 이용료

$p_{2,i}$ = 서비스 i의 가입비

t_i = 서비스 i의 서비스 개시후 경과시간

이때, i기업의 이윤극대화 문제는

식 (17)…

$$\underset{p_{1,i}(t)}{Max}\ \Pi_i = \int_0^T \{[p_{1,i}(t) - c_{1,i}(t)] \cdot x_i(t) + [p_{2,i}(t) - c_{2,i}(t)] \cdot \dot{x}_i(t)\} d_t$$

subject to :

$$\dot{x}_i(t) = f_i(p_{1,i}(t),\ p_{1,j}(t),\ p_{2,i}(t),\ p_{2,j}(t),\ x_i(t),\ x_{j(t)},\ t_i,\ t_j),\ x_i(0) = x_{i0}$$

$$\dot{x}_j(t) = f_j(p_{1,i}(t),\ p_{1,j}(t),\ p_{2,i}(t),\ p_{2,j}(t),\ x_i(t),\ x_j(t),\ t_i,\ t_j),\ x_j(0) = x_{j0}$$

으로써, 즉 일정 기간동안의 이윤은 이미 가입되어 있는 사람들로부터 발생되는 이윤 $(p_{1,i} - c_{1,i})$과 새롭게 가입하는 사람들로부터 오는 이윤$(p_{2,i} - c_{2,i})$의 합이 된다. 수식 표현의 편의를 위해 할인율(discount rate)은 "0"이라고 가정한다. 이때, Hamiltonian function은 다음과 같이 정의할 수 있고,

식(18)…

$$H_i(t) = (p_{1,i}(t) - c_{1,i}(t))x_i(t) + (p_{2,i}(t) - c_{2,i}(t) + \lambda_i^i(t))\,\dot{x}_i(t) + \lambda_j^i(t)\dot{x}_j(t)$$

이를 가격$(p_i(t))$과 누적판매량$(x_i(t))$에 대해 미분한 후 가격과 costate variable$(\lambda_i^i(t))$에 대해 정리하여 앞에서와 같은 과정을 통해 최적가격을 도출할 수 있다.

본 연구에서는 가입 후에 발생하는 가격은 정해져 있다고 보고 가입비만을 설정하는 가격전략을 수립한다고 가정했을 때, 이동전화 data(1984～1995)에 대해 적용한 결과, 동태적 최적가격은 초기에는 낮은 가입비를 통하여 많은 초기 가입자를 확보하여 이미 가입한 이용자에 의해 발생하는 이용요금으로부터 많은 이익을 기대하고, 시간에 지남에 따라 점차 가입비를 높여 기존 가입자로부터 이용료와 신규가입자들로 부터의 높은 가입비를 통해서 이윤을 획득하는, 가입비의 penetrating-pricing전략을 사용하는 것이 최적인 것으로 도출되었다.

4. 결론

본 연구에서는 소비자 선택과정에 근거한 수요모형을 가정하고 독점은 물론 복점시장 구조에서의 기업의 동태적 최적가격설정문제에 대해서 살펴보았다. Costate variable을 recursive form equation으로 표현함으로써, 연속적 시간으로 고려했을 경우 다루기 힘든 제반문제들을 제거하고 최적가격전략뿐만 아니라 실제 가격설정에 사용가능한 모형을 제시하였다. 또한, 소비자 선택확산모형을 가정하고, dynamic optimization theory를 이용하여 동태적 최적가격설정모형을 도출할 경우 근시안적(myopic) 책정가격보다 동태적 (non-myopic) 책정가격이 더 높게 결정되며 기업이익도 더 많이 창출된다는 것을 보였다. 신규 가입자만이 아니라, 기존 가입자로 부터 수익이 발생하는 경우에 대한 최적 가격설정 문제를 정의하고 modeling하였는데 전자의 경우에는 skimming pricing strategy를, 후자의 경우 penetrating pricing strategy를 선택하는 것이 최적임을 간단한 예를 통하여 도출하였다. 그러나, 독점시장에서 시간에 따른 최적

전략가격이 가격탄력도(β)와 시간탄력도(γ)에 따라 최적전략가격의 기울기가 상이하였던 것과 같이 복점시장에서도 그러한 조건이 존재할수도 있기에 이에 대한 보다 세심한 연구가 필요하다. 또한, 본 연구에 이어 복점인 경우에서 이윤극대화 2차조건과 보다 다양한 함수 형태와 실례에 대한 연구가 요구된다.

참고문헌

[1] Alpha C. Chiang, "Elements of Dynamic Optimization," Mc Graw-hill, 1992

[2] Bass, F. M., "A New Product Growth Model for Consumer Durables," Management Science, Vol. 15, January 1969, 215-227

[3] Ben-Achiva. Moshe and Lerman. Steven R., "Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand," The MIT Press, 1991

[4] Berkovitz. Leonard D., "Necessary Conditions for Optimal Strategies in A Class of Differential Games and Control Problems," Journal of SIAM control, Vol. 5, No. 1, 1967, 1-24

[5] Dhebar, Anirudh and Oren, Shmuel. S., "Optimal Dynamic Pricing for Expanding Networks," Marketing Science, Vol. 4, No. 4, Fall 1985, 336-351

[6] Dockner, Engelbert, and Steffen Jorgensen, "Optimal Pricing Strategies for New Products in Dynamic Oligopolies," Marketing Science Vol. 7, No. 4, Fall 1988, 315-334

[7] Dolan, Robert J. and Jeuland, Abel P., "Experience curves and Dynamic Demand Models: Implications for Optimal pricing strategies," Journal of Marketing, Vol. 45, Winter 1981, 52-62

[8] Eliashberg, Jehoshua, and Abel P. Jeuland, "The Impact of Competitive Entry in a Developing Market upon Dynamic Pricing Strategies," Marketing Science Vol. 5, No. 1, Winter 1986, 20-36

[9] Hauser, John R. and Kenneth J. Wisniewski, "Dynamic Analysis of Consumer Response to Marketing Strategies," Management Science Vol. 28, No. 5, May 1982, 455-486

[10] Ho, Y. C., "Differential Games and Optimal Control Theory," Proc. Nat. Elect. Conf., Vol. 21, 1965, 613-615

[11] Intriligator. Michael D., "Mathematical Optimization and Economic Theory," Prentice-Hall, 1971

[12] Kalish, Shlomo, "Monopolistic Pricing with Dynamic Demand and Production Cost," Marketing Science, Vol. 2, No. 2, Spring 1983, 135-159

[13] Mahajan, Vijay, Eitan Muller, and Frank M. Bass, "New Product Diffusion Models in Marketing: A Review and Directions for Research," Journal of Marketing 54 (January 1990), 1-26

[14] Mahajan, Vijay, Subhash Sharm, and Robert D. Buzzell, "Assessing the Impact of Competitve Entry on Market Expansion and Incumbent Sales," Journal of Marketing Vol. 57 (July 1993), 39-52

[15] Norton, John A. and Frank M. Bass, "A Diffusion Theory Model of Adoption and Substitution for Successive Generations of High-Technology Products," Management Science Vol. 33, No. 9, September 1987, 1069-1086

[16] Rao, Ram C. and Frank M. Bass, "Competition, Strategy, and Price Dynamics: A Theoretical and Empirical Investigation," Journal of Marketing Research Vol. 22 (August 1985), 283-96

[17] Teng, Jinn-Tsair and Gerald L. Thompson, "Oligopoly Models for Optimal Advertising when Production Costs obey A learning Curve," Management Science Vol. 29, No. 9, September 1983, 1087-1101

[18] Thompson, Gerald L. and Jinn-Tsair Teng, "Optimal Pricing and Advertising Policies for New Product Oligopoly Models," Marketing Science Vol. 3, No. 2, spring 1984, 148-168

[19] 박윤서, "소비자들의 상품선택관점에서 본 다세대 신상품 확산모형," 석사학위논문, KAIST, 1995

[20] 최리군, "복점시장에서 신상품의 동태적 최적가격설정에 관한 연구," 석사학위논문, KAIST, 1996

97년 6월 최초 접수, 97년 6월 최종 수정

부록

○ 복점시장에서 판매 서비스 · 상품 최적가격설정 방정식

$$p_i(t) = c_i(t) - \lambda_i^i(t) \cdot \left\{ 1 - \frac{e^{-\beta_1 p_j + rt_j}\left(-\frac{k}{2} + \beta_1 \dot{x}_j(t)\right)}{e^{\beta_0 - \beta_1 p_i + rt_i}\left(\frac{k}{2} + \beta_1 (\dot{x}_{no}(t) + \dot{x}_j(t))\right)} \right\} + \left\{ \frac{\left(e^{\alpha} + e^{\beta_0 - \beta_1 p_i + rt_i} + e^{-\beta_1 p_j + rt_j}\right)\dot{x}_i(t)}{e^{\beta_0 - \beta_1 p_i + rt_i}\left(\frac{k}{2} + \beta_1 (\dot{x}_{no}(t) + \dot{x}_j(t))\right)} \right\}$$

$$\lambda_i^i(t) = \frac{\lambda_i^i(t-1) + \left\{ \dfrac{\dot{x}_i(t)}{\frac{k}{2} + \beta_1 (\dot{x}_{no}(t) + \dot{x}_j(t))} \right\}}{1 - \delta - \dfrac{\beta_1 \dot{x}_j(t)}{\frac{k}{2} + \beta_1 (\dot{x}_{no}(t) + \dot{x}_j(t))}}$$

$\dot{x}_{no}(t)$: t기의 비구매를 나타냄.

○ 복점시장에서 가입 서비스 · 상품 최적가격설정모형

$$p_{1,i}(t) = c_{1,i}(t) - \lambda_i^i(t) + \frac{-\lambda_j^i(t)\dfrac{d\dot{x}_j(t)}{dp_{1,i}(t)} - x_i(t)}{\dfrac{d\dot{x}_i(t)}{dp_{1,i}(t)}} - (p_{2,i}(t) - c_{2,i}(t))$$

$$\lambda_i^i(t) = \lambda_i^i(t-1) + \frac{x_i(t-1)}{\dfrac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial p_{1,i}(t)}} \cdot \frac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial \dot{x}_j(t)} + \lambda_j^i(t) \left(\frac{\dfrac{\partial \dot{x}_j(t)}{\partial p_{1,i}(t)}}{\dfrac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial p_{1,i}(t)}} \frac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial \dot{x}_i(t)} - \frac{\partial \dot{x}_j(t)}{\partial \dot{x}_i(t)} \right) - (p_{1,i}(t) - c_{1,i}(t)) \left\{ 1 - \frac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial \dot{x}_j(t)} \right\} \ ; \ \lambda_i^i(T) = 0.$$

$$\lambda_j^i(t) = \left[1 - \left(\frac{\dfrac{\partial \dot{x}_j(t)}{\partial p_{1,i}(t)}}{\dfrac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial p_{1,i}(t)}} \frac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial \dot{x}_i(t)} - \frac{\partial \dot{x}_j(t)}{\partial \dot{x}_i(t)} \right) \right]^{-1} \left\{ \lambda_j^i(t-1) + \frac{x_i(t-1)}{\dfrac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial p_{1,i}(t)}} \cdot \frac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial \dot{x}_j(t)} \right.$$

$$\left. + (p_{1,i}(t) - c_{1,i}(t)) \frac{\partial \dot{x}_i(t)}{\partial \dot{x}_j(t)} \right\} \ ; \ \lambda_j^i(T) = 0.$$

$\lambda_j^i(t)$: t기에 j기업이 한 개의 상품을 판매함에 따른 i기업의 미래의 기대이익

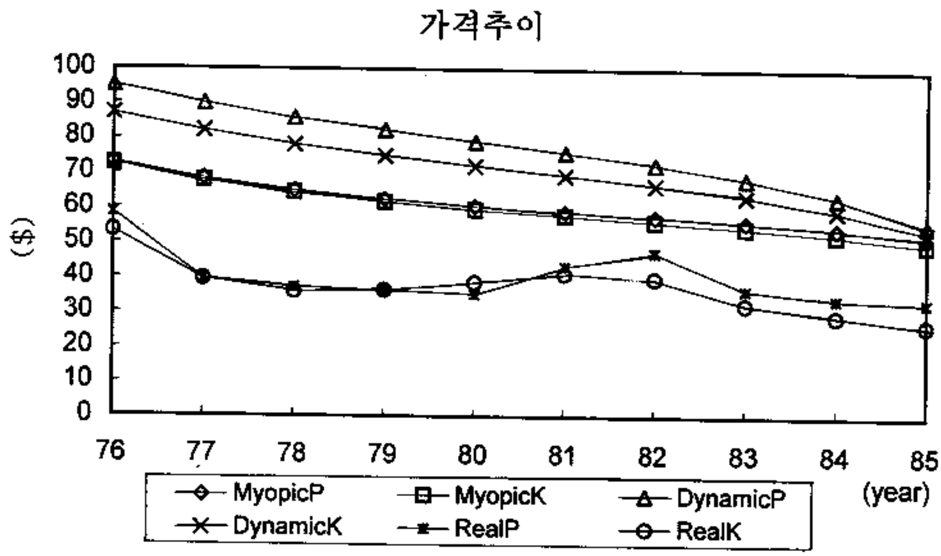
표 1. 모형추정결과

Parameter	Estimation	T-Ratio	Approx. Prob>|T|	비 고
α	2.232774	4.42	0.0031	p : Polaroid q : Kodak
β_0	0.505791	5.96	0.0006	
β_1	-0.026519	-2.38	0.0486	
γ	0.197655	3.30	0.0130	
k	-251.313586	-3.40	0.0115	
$Adjust - R^2\ of\ x_p$		0.7084		
$Adjust - R^2\ of\ x_k$		0.7591		비용함수는 두 기업 모두 실제 가격보다 조금 낮다고 임으로 가정
비용함수 : $c_p(t) = c_k(t)$		$20+25\times e^{-0.3t}$		

표 2. 가격책정방법에 따른 최종누적구매량과 총이윤

가격전략	최종구매량 (x1,000)	총 이윤 (x1,000$)	가격전략	최종구매량 (x1,000$)	총 이윤 (x1,000$)
Polaroid(Real)	27,512	335,326	Kodak(Real)	17,002	173,776
Polaroid(Myopic)	21,730	737,481	Kodak(Myopic)	13,528	442,669
Polaroid(Dynamic)	17,889	839,351	Kodak(Dynamic)	12,438	520,904

주) 실제가격(Real), 근시안적책정가격(Myopic), 동태적책정가격(Dynamic)



주) Myopic "P"는 Polaroid의 Myopic 가격을 Myopic "K"는 Kodak의 Myopic 가격임

그림 1. 가격전략별 가격추이

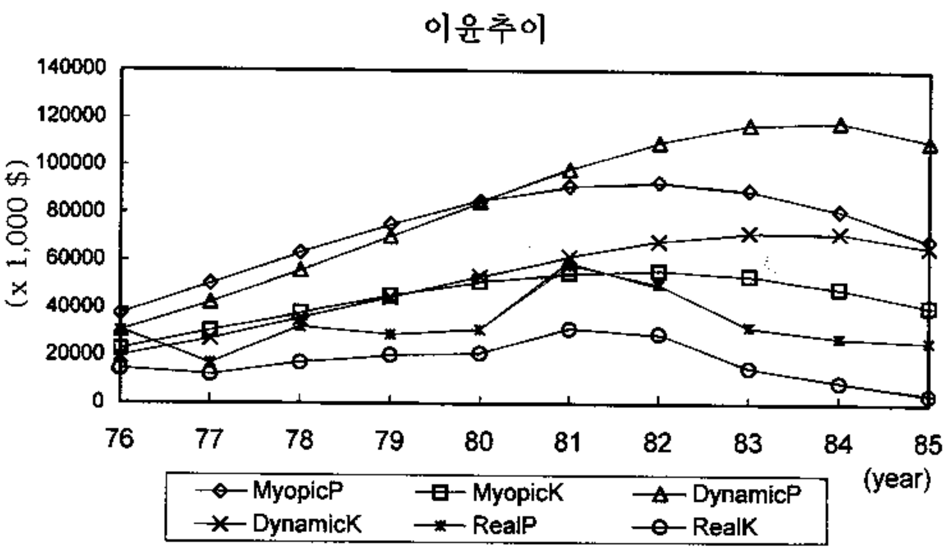


그림 2. 가격전략별 이윤추이