

분무식 연소기내의 비회색체 복사에 관한 연구

최 창 은 · 백 승 욱

(한국과학기술원 항공우주공학과)

1. 서 론

분무연소기는 분무가능한 연료의 다양성으로 산업용 노, 가스터어빈, 디젤 엔진, 로켓 엔진 등에 널리 쓰이고 있으며 많은 연구가 진행되어 왔다. 그러나 분무연소 현상은 연소기 내의 기하학적 형상의 복잡성 뿐만 아니라 상간의 상호작용, 난류, 복사열전달 등이 연관된 매우 복잡한 열, 유체역학적 특성을 가지므로 해석 및 이해에 항상 어려움이 따르고 있다.

최근 노와 연소실 등 고온을 수반하는 연소공학 문제에 복사열전달의 중요성이 인식되어 기존의 복사전달에 관한 이론을 도입하게 되었다. 복사전달 방정식(Radiative Transfer Equation, RTE)은 복사에 관여하는 기체 또는 입자의 물성치와 관련되어 고차의 비선형 미적분 방정식의 형태로 주어진다. 따라서 복사전달의 연구경향은 크게 복사물성치를 예측하기 위한 이론모델의 개발 및 측정과 복사전달 방정식의 해를 비교적 간단하게 구하기 위한 근사해법에 관한 연구로 나눌 수 있다. Zonal 방법[1,2], Monte Carlo 방법[1,2], P_N 근사방법[1,2] 등 여러 근사해법이 있으나 본 연구에서는, 입체각 4π 를 적절한 구간으로 나누고 각 구간에서 복사강도가 일정한 가중치를 갖도록 가정하여 복사전달 방정식을 일련의 상미분 방정식으로 근사하는 구분종좌법(Discrete Ordinates Method, DOM, S_N)[1,2]을 사용한다. Carlson과 Lathrop[3]이 제안하고, Fiveland[4]가 해의 안정성과 효율성에 대해 연구, 발표하였으며, T.Y.Kim과 S.W.Baek[5,6] 등이 전도와 대류열전달의 복합적인 문제에 적용, 발표하였다.

본 연구에서 관심있는 비회색체(nongray gas)의 물성치에 관한 연구는 양자역학 이론을 근간으로하여 각 파장의 띠(spectral band)에 관한 정보(띠의 간격, 강도 등)를 임의적 또는 통계적인 방법으로 설정한 후 물성치를 계산하는 narrow band model[1,7]과 wide band model[1,8], 가중치가 주어진 몇 개의 회색기체의 합으로 물성치를 계산하는 weighted sum of gray gas model (WSGGM)[9,10] 또는 WSGGM의 개선점을 보완한 spectral group model(SGM)[11] 등이 있다. 특히 WSGGM은 다른 복사전달 방정식의 근사해법과 잘 부응하며 적절한 계산시간을 갖는다. Modest[12]는 WSGGM이 일반적인 RTE에 부합함을 수학적으로 증명하였으며, P_N 근사방법으로 1차원 문제에 적용하였다. Webb[13]는 DOM으로 비균일 1차원 문제에 적용하여 해의 타당성을 입증하였다. 1차원에서 비회색체 영향을 고려한 연구[11-14]는 많으나, 2차원 문제에서는 엄청난 계산시간이나 비회색체 모델의 근사해법과의 부조화로 어려움이 많다. 따라서 본 연구에서는 WSGGM을 2차원 비균일 문제에 적용하고자 한다.

분무액적에 관한 연구는 기상과 액상이 동적 및 열적 평형상태에 있다고 가정하는 Locally Homogeneous Flow(LHF)모델[15]과 기상은 오일러 방식, 액상은 라그랑지 방식으로 상간의 유한 전달을 효과를 고려하는 Separated Flow(SF)모델[15,16]로 나눌 수 있다. 본 연구에서 적용한 SF 모델은 실제적인 분무액적의 정량적 예측을 위해 적용되며, 이

중에서 PSIC모델[16]은 전체 분무액적을 나타내는 유한한 갯수의 입자를 사용하여 기상 에 대한 액적의 영향을 기체장 보존방정식에 생성항의 형태로 도입함으로써 그 연관성을 고려하는 해석방법이다.

따라서 본 연구에서는 선회유동과 재순환 영역이 있는 연소기에 대하여 노즐을 통해 분무된 액체연료의 증발 및 연소, 그리고 주위 기체유동에 관한 제반사항을 정상상태하에서 모사하며, WSGGM을 이용하여 연소가스(CO₂, H₂O)의 비회색체 거동 및 복사열전달의 영향을 평가하는데 그 목적이 있다.

최근 액체연료의 분무에 관한 연구는 실험과 병행하여 진행되고 있다. Sigrignano[17]는 정지 및 대류상태하에서 액적의 증발모델과 상간의 해석기법 그리고 다성분조성의 분무액적에 대하여 이론적 연구를 하였으며, Mostafa와 Mongia[18]는 상간의 난류유동 효과를 고려하기 위하여 액적입자에 대하여 stochastic 라그랑지 접근방식을 근거로한 수학적 모델을 제안하였으며 실험과 비교하였다. Takagi[19] 등은 분무연소과정을 비정상적으로 수치해석하였으며 실험과 비교하였다. Kehtarnavaz와 Dang 등[20]은 연소가스의 비회색체 거동을 box 모델을 이용하여 매우 제한적으로 평가 하였다.

2. 물리적모델 및 지배방정식

기상에 대한 지배방정식을 오일러방식에 근거하여 나타내면 식 (1)과 같고 방정식에 대한 변수 및 생성항은 Table 1에 나타나 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\rho u \phi - \Gamma_* \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left[y \rho v \phi - y \Gamma_* \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] = S_{*,x} + S_{*,y} \quad (1)$$

난류효과는 기체장에서 k-e 모델[21]을 사용하였으며 이상기체로 가정하였다. 액적에 관한 지배방정식은 라그랑지 방식에 따르는 상미분 방정식으로 나타나며, 그와 관련한 식은 참고문헌[15-18,22]을 참조하기 바란다.

복사열전달의 효과는 에너지보존식에 다음 식 (2)와 같이 표현되는 복사 열유속의 발산(divergence) 형태로 나타난다.

$$-\nabla \cdot q_r = a(r) \left[\int_{4\pi} I(r, \Omega) d\Omega - 4\pi I_b \right] \quad (2)$$

여기서, 복사강도 $I(r, \Omega)$ 를 구하기위해 다음과 같은 복사전달 방정식을 회색체 (gray gas)에 대하여 푼다.

$$\begin{aligned} (\Omega \cdot \nabla) I(r, \Omega) = & -[a(r) + s(r)] I(r, \Omega) + a(r) I_b(r) \\ & + \frac{s(r)}{4\pi} \int_{4\pi} I(r, \Omega') \Phi(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)에서 보듯이 임의의 방향으로의 복사강도가 흡수와 외부산란에 의한 증가와 방사와 내부산란에 의한 감소량의 차로써 나타난다. 위의 복사강도를 구하기 위해 전체 입체각을 유한한 수의 방향으로 나누고, 각각의 방향에 대하여 복사강도가 일정하다고 가정하

여 측대칭의 원통형 좌표에 관한 복사전달식을 방향에 따라 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\mu_m}{r} \frac{\partial(rI_m)}{\partial r} + \xi_m \frac{\partial I_m}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial(\eta_m I_m)}{\partial \psi} = -\beta I_m + aI_b + \frac{s}{4\pi} \sum_m w_m \Phi_m \cdot I_m \quad (4)$$

식(2)의 적분항은 가중치를 도입한 합의 형태로 표현 하였다. 적분가중치와 경계조건 및 계산방법 등은 참고문헌[4-6]을 참조하기 바란다. 이러한 구분종좌법은 S_N 근사법으로 불리기도 하며 N은 근사차수를 나타내며, 본 연구에서는 N=4를 사용한다.

연소생성물인 H₂O와 CO₂의 비회색체 복사 효과를 고려하기 위해 WSGGM을 이용한다. WSGGM은 가스의 방사계수를 가중된 회색기체의 합으로 나타내어 구하는 방법으로 아래의 식(5)와 같다.

$$\varepsilon = \sum_{k=0}^K \omega_{\varepsilon,k}(T) [1 - e^{-a_k P S}] \quad (5)$$

$$\omega_{\varepsilon,k} = \sum_{j=1}^J b_{\varepsilon,k,j} T^{j-1} \quad (6)$$

여기서 흡수계수 a와 가중계수 ω 는 표준값(reference data)과 계산을 통하여 구한 값의 오차를 최소화하는 과정을 통하여 얻어진 계수이며, 온도와 연소가스의 물분율(mole fraction)의 함수이다. 임의의 근사해법에 대한 WSGGM의 적용은 Modest[12]가 수학적으로 증명하였으므로 간단하게 결과식만을 나타내면 다음과 같다.

$$I = \sum_k I_k \quad (7)$$

식 (7)은 비회색체 거동을 각각의 가중된 회색체에서 구한 복사강도의 합으로 표현함을 의미한다. 따라서 일반화된 식 (2)-(4)는 각각의 가중된 회색체에서 구한 I_k 이며 가중된 회색체의 갯수만큼 풀어주어 합을 취하면 된다. 마찬가지로 복사열유속의 발산항은 다음과 같다.

$$-\nabla \cdot q_r = -\sum_k \nabla \cdot q_{r,k} = \sum_k a_k \left[\int_{4\pi} I_k(r, \Omega) d\Omega - 4\pi(\omega_k I_b) \right] \quad (8)$$

여기서 k는 각각의 가중된 회색체를 나타내며, 계수들은 T.F.Smith[19]의 결과를 이용하여 내삽하였고 Table 2에 나타나 있다.

3. 수치적 알고리즘

전체의 계산 알고리즘은 Fig. 1에 나타난 바와 같이 기체의 유동장을 해석한 뒤 액적의 증발 및 연소에 의한 생성항을 계산하여 이를 기체장에 도입하고 모든 변수값이 수렴할 때까지 반복계산한 후 DOM으로 복사의 영향을 평가하고 기체장에 생성항의 형태로 도입하여 해의 타당성이 입증될때까지 이 모든 과정을 반복계산한다.

4. 계산 결과

분무 연소기의 기하학적 형태는 Fig. 2에 도시되어 있다. 액적은 $100\mu\text{m}$ 의 직경을 가지며 5° 에서 35° 까지 10° 간격으로 분무된다. 초기 기체장의 온도는 500K 이며 속도는 (1)에서 1.0m/s (2)에서 7.9m/s 로 주입된다. 액적은 300K , 6m/s 로 분무된다. 연소기내로 유입되는 총질량은 0.01kg/s 이고 당량비는 1이다. 또한 연소기의 벽은 단열이고 벽의 방사계수는 0.8로 하여 복사의 효과를 고려 하였다. 위에서 언급한 바와 같이 연소장은 PSIC, 복사는 DOM, 비회색체 효과는 WSGGM으로 각각 계산 하였다.

Fig. 3을 보면 복사를 고려하였을 때 액적의 빠른 증기화로 복사를 고려하지 않았을 때보다 0.03m 부근의 화염대가 더 두꺼워 졌음을 보인다. 또한 하류로 갈수록 화염대의 최고 온도가 낮아지고 퍼져서($x=0.05\text{m}$), 벽면 방향으로의 온도구배가 작아지게 된다. 또한 복사의 영향으로 전반적인 기체장의 온도가 낮아지는 것이 나타나고 있다. Fig. 4는 유선을 도시한 것인데 유선의 형태가 매우 유사함을 보이나 복사를 고려하였을 때 0.1m 부근에서 재순환 영역이 있음을 보인다. 이는 액적의 빠른 기화로 기체장에 액적으로 인한 항력이 줄었기 때문이다. Fig. 5는 연소기내의 온도장을 도시한 것이다. 복사를 고려하였을 때 전반적으로 온도가 낮음을 볼 수 있으며, 액적이 분무되는 입구에서는 차가운 지역이 보이는데 이는 빠른 증기화로 기체장의 온도보다 작은 온도의 증발가스가 더 많이 분출되기 때문이다. 또한 액적의 복사효과를 고려한다면 보다 빠른 액적의 온도상승으로 인한 증기화 현상을 보일 것이다.

5. 결론

복사를 고려하였을 때 나타나는 현상은 액적의 빠른 증기화로 인해 화염이 두꺼워지며 후류의 온도가 낮아짐을 보인다. 이는 분무연소기의 성능이 증대됨을 의미하며, 낮은 온도의 배기가스는 저 NO_x 효과로 공해 방지에도 영향이 있음을 알 수 있다.

6. 추후과제

액적의 직경에 따른 복사 효과와 선회유동이 미치는 영향을 선회유동이 없을 때와 비교하여 해석한다.

참고문헌

1. R. Siegel and J. R. Howell, *Thermal Radiation Heat Transfer*, 3rd ed, McGraw Hill, New York, 1993
2. M. F. Modest, *Radiative Heat Transfer*, McGraw Hill, New York, 1993
3. B. G. Carlson and K. D. Lathrop, "Transport Theory - the Method of Discrete Ordinates," *Computing Methods in Reactor Physics*, H. Greenspan, C. N. Kelber and D. Okrent, eds., Gordon & Breach, New York, pp. 166-266, 1968

4. W. A. Fiveland, "Discrete Ordinates Solutions of Transport Equation for Rectangular Enclosure," ASME J. Heat Transfer, Vol. 106, pp.699-706
5. T. Y. Kim and S. W. Baek, "Analysis of the conductive and Radiative Heat Transfer in a Two-Dimensional Rectangular Enclosure Using the Discrete Ordinates Method," Int. J. of Heat Mass Transfer, Vol. 34, No. 9, pp. 2265-2273, 1991
6. S. W. Baek, T. Y. Kim and J. S. Lee, "Transient cooling of a Finite Cylindrical Medium in the Rarefied Cold Environment," Int. J. of Heat Mass Transfer, Vol. 36, No. 16, pp. 3949-3956, 1993
7. C. B. Ludwig, W. Malkmus, J. E. Reardon and J. A. L. Thompson, *Handbook of Infrared Radiation from Combustion Gases*, NASA SP-3080, Scientific and Technical Information Office, Washington, D. C., 1973
8. D. K. Edwards, "Molecular Gas Band Radiation," Adv. Heat Transfer, Vol. 12, pp. 115-193, 1976
9. H. C. Hottel and A. F. Sarofim, *Radiative Transfer*, McGraw Hill, 1967
10. T. F. Smith, Z. F. Shen and J. N. Friedman, "Evaluation of Coefficients for the Weighted Sum of Gray Gases Model," ASME J. of Heat Transfer, Vol. 104, pp.602-608, 1982
11. T. H. Song, "Comparison of Engineering Models of Nongray Behavior of Combustion Products," Int. J. of Heat Mass Transfer, Vol. 36, No. 16, pp. 3975-3982, 1993
12. M. F. Modest, "The Weighted Sum of Gray Gases Model for Arbitrary Solution Methods in Radiative Transfer," ASME J. of Heat Transfer, Vol. 113, pp. 650-656, 1991
13. M. K. Denison and B. W. Webb, "A Spectral Line-Based Weighted Sum of Gray Gases Model for Arbitrary RTE Solvers," ASME J. of Heat Transfer, Vol. 115, pp. 1004-1012, 1993
14. T. K. Kim, J. A. Menart and H. S. Lee, "Nongray Radiative Gas Analysis Using the S-N Discrete Ordinates Method," ASME J. of Heat Transfer, Vol. 113, 1991
15. G. M. Faeth, "Evaporation and Combustion of Spray," Prog. Energy Combust Sci., Vol. 9, pp. 1-76, 1983
16. C. T. Crowe, M. P. Sharma and D. E. Stock, "The Particle-Source In Cell(PSI-CELL) Model for Gas Droplet Flows," J. Fluids Engineering, pp. 325-332, 1977
17. W. A. Sirignano, "The Formulation of Combustion Models," ASME J. Heat Transfer, Vol. 108, pp. 633-639, 1986
18. A. A. Mostafa and H. C. Mongia, "On the Interaction of Particles and Turbulent Fluid Flow," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 31, No. 10, pp. 2063-2075, 1988
19. T. Takagi, C. Y. Fang, T. Kamimoto and T. Okamoto, "Numerical Simulation of Evaporation, Ignition and Combustion of Transient Sprays," Combust. Sci. and Tech., Vol. 75, pp. 1-12, 1991
20. H. Kehtarnavaz, A. L. Dang, H. H. Chiu and K. W. Gross, "Non-Grey Radiation in a Liquid Rocket Combustion Chamber," AIAA-90-2072, 1990
21. W. P. John and B. E. Launder, "The Prediction of Laminarisation With a Two Equation Turbulence Model," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, p. 301, 1972
22. 정인철, 이상용, 백승욱, "액체분무의 증발 및 연소에 관한 수치적 연구," 대한기계학회 논문집, 제 15 권, 제 6 호, pp. 2073-2082, 1991

Table 1 Variables & source terms appearing in eq.(1)

Equation	ϕ	Γ_ϕ	$S_{\phi,s}$	$dV_\phi S_{\phi,l}$
Continuity	1	0	0	$\Sigma(n\dot{m})$
Momentum				
Axial	U	μ_{eff}	$\frac{\partial}{\partial x}(\Gamma_\phi \frac{\partial U}{\partial x}) + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y}(y\Gamma_\phi \frac{\partial V}{\partial x}) - \frac{\partial P}{\partial x}$	$\Sigma(n\dot{m}U - \frac{4}{3}\pi\rho_s r_s^3 nF_\phi)$
Radial	V	μ_{eff}	$\frac{\partial}{\partial x}(\Gamma_\phi \frac{\partial U}{\partial y}) + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y}(y\Gamma_\phi \frac{\partial V}{\partial y}) - \frac{2\Gamma_\phi V}{y^2} + \frac{\rho W^2}{y} - \frac{\partial P}{\partial y}$	$\Sigma(n\dot{m}V - \frac{4}{3}\pi\rho_s r_s^3 nF_\phi)$
Tangential	W	μ_{eff}	$-(\frac{\Gamma_\phi}{y} + \rho V + \frac{\partial \Gamma_\phi}{\partial y})\frac{W}{y}$	$\Sigma(n\dot{m}W - \frac{4}{3}\pi\rho_s r_s^3 nF_\phi)$
Energy	h	Γ_{eff}	$w_f R_f Q$	$\Sigma\{-n\dot{m}[C_p(T_s - T_e) + L_{eff}]\}$ $-\nabla \cdot q_r$
Mass fraction				
fuel	Y_f	Γ_{eff}	$-w_f R_f$	$\Sigma(n\dot{m})$
oxidizer	Y_o	Γ_{eff}	$-v_o w_o R_f$	0
CO ₂	Y_c	Γ_{eff}	$v_c w_c R_f$	0
H ₂ O	Y_h	Γ_{eff}	$v_h w_h R_f$	0
K-equation	k	Γ_{eff}	$\mu_i G - \rho \epsilon$	0
ϵ -equation	ϵ	Γ_{eff}	$C_1 C_\mu G k \rho - C_2 \rho \epsilon^2 / k$	0
$\mu_{eff} = \mu_{ia} + \mu_i, \quad \Gamma_{eff} = \frac{\mu_{ia}}{\sigma_{\phi,ia}} + \frac{\mu_i}{\sigma_{\phi,i}}, \quad F_\phi = \frac{\partial \phi_s}{\partial t}$				

Table 2 Coefficients for emissivity(Mixture=CO₂ & H₂O)

k	a_k	$b_{e,k,1} * 10^1$	$b_{e,k,2} * 10^4$	$b_{e,k,3} * 10^7$	$b_{e,k,4} * 10^{11}$
Mixture, $P_w / P_c = 1$					
1	0.4303	5.150	-2.303	0.9779	-1.494
2	7.055	0.7749	3.399	-2.297	3.770
3	178.1	1.907	-1.824	0.5608	-0.5122
Mixture, $P_w / P_c = 2$					
1	0.4201	6.508	-5.551	3.029	-5.353
2	6.516	-0.2504	6.112	-3.882	6.528
3	131.9	2.718	-3.118	1.221	-1.612

$$P_T = 1\text{atm}, 0.001 \leq PS \leq 10.0\text{atm} - m, 600 \leq T \leq 2400\text{K}$$

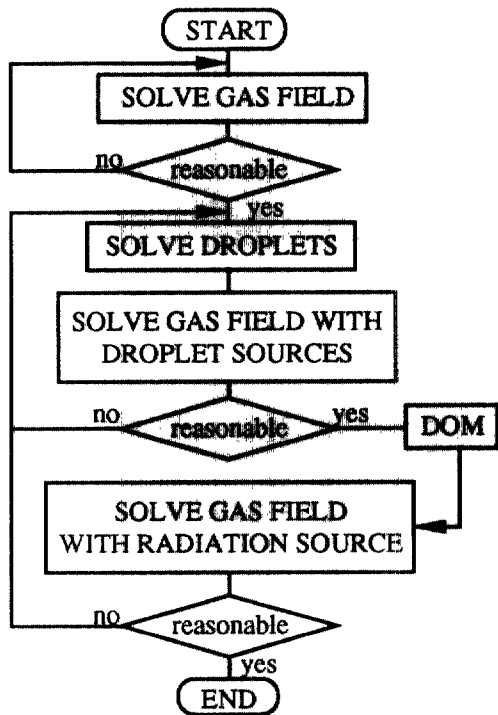


Fig. 1 Computational flow chart

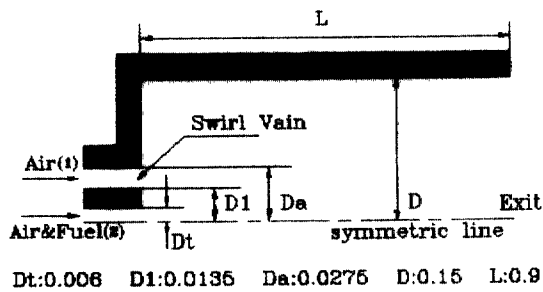


Fig. 2 Asymmetric combustor geometry

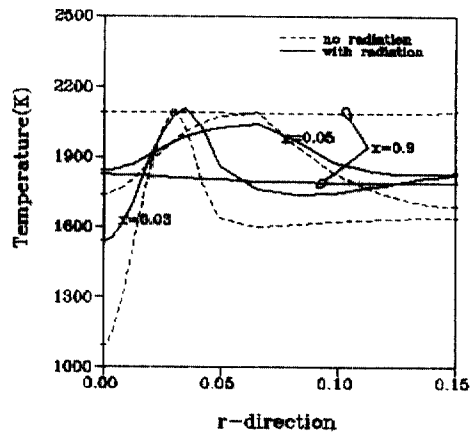


Fig. 3 Radial temperature profile at three axial locations with and without radiation

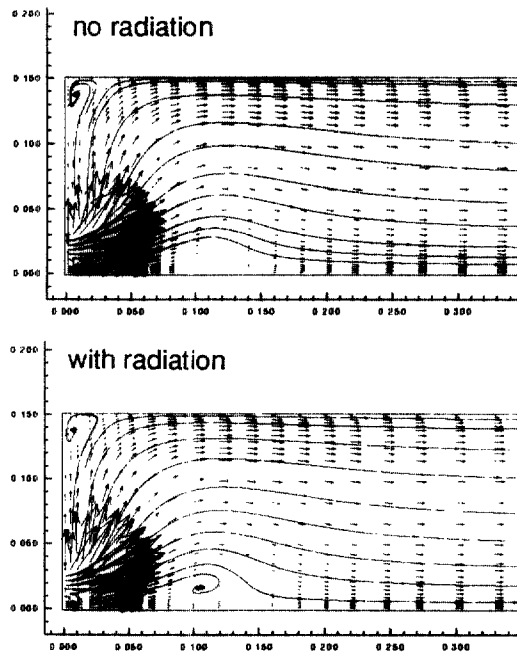


Fig. 4 Gas phase velocity contours

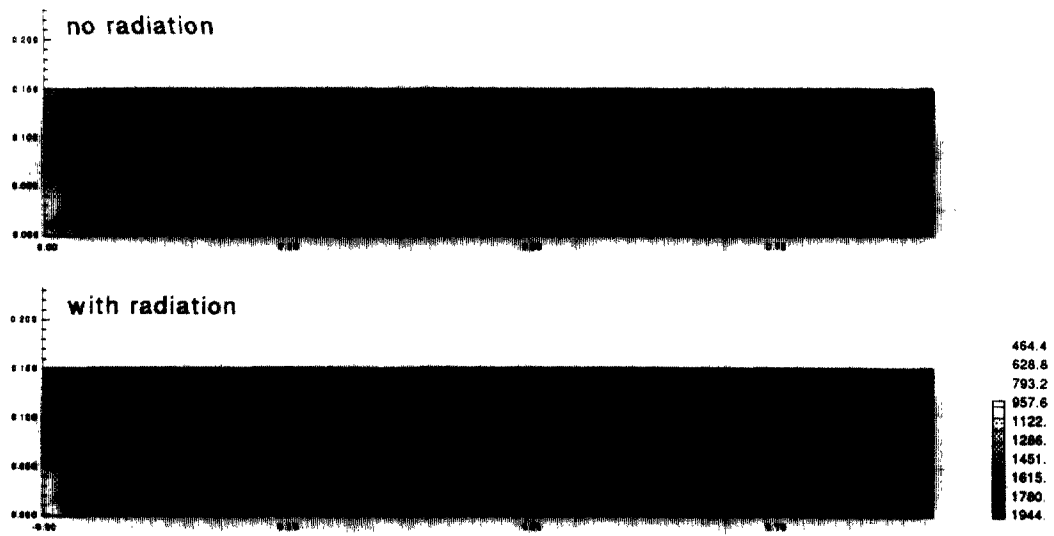


Fig. 5 Gas phase temperature contours