

미소채널 내에서의 예혼합화염의 연소불안정성

강상훈* · 백승욱** · 임홍근***

Combustion instabilities of the Premixed flame in Micro-Channel

Sang Hun Kang, Seungwook Baek and Hong G. Im

ABSTRACT

The Saffman-Taylor instability mechanisms in laminar premixed flames in a Hele-Shaw cell are investigated using two-dimensional numerical simulations with Poiseuille assumption for the viscous effect. The baseline calculations considering the Darrieus-Landau and diffusive-thermal instability modes show the results consistent with the classical linear instability theory. With the Saffman-Taylor instability mechanism, the overall effect is to enhance the destabilizing mechanism by providing an increased viscous force in the product gas. The linear instability behavior is found to qualitatively similar to the Darrieus-Landau mechanism. However, the results in the nonlinear range demonstrate that there may exist distinct characteristic time scales associated with Darrieus-Landau and Saffman-Taylor mechanisms, such that the latter effect sustains longer in time, contributing to a higher overall flame speed.

Key Words : combustion instability, premixed flame

기 호 설 명

x_f	화염면의 교란	w	교란의 증가율
F	교란의 진폭	λ	교란 파장길이
k	교란 파수 (wavenumber)	τ_{zx}, τ_{zy}	점성력(viscous stress)
Pe	Peclet number	δ_{th}	화염두께
S_L	층류화염속도	τ_{th}	화염시간 ($= \delta_{th}/S_L$)
S_T	평균화염속도(Overall flame speed)	μ	점성계수

1. 서 론

층류 예혼합화염은 조건에 따라 여러 가지 메카니즘을 통해 불안정성을 나타내며 난류화염으로 스스로 천이된다. 이 때, 내재적 연소 불안정

성은 층류화염의 난류화염으로의 천이과정에 있어서 주요원인이 되는 연소의 특성으로서, 난류화염에 관한 연구와 밀접하게 연관되어 있다. 특히 Darrieus-Landau (D-L) 불안정성 [1] 과 diffusive-thermal (D-T) 불안정성 [2] 은 내재적 불안정성의 대표적인 모드로서 많은 연구자들에 의해 광범위하게 연구되어왔다. 이와 더불어 최근에는 Hele-Shaw cell (평행한 2개의 평판 사이의 좁은 틈새) 내부에서 예혼합화염이 전파될 때 새로운 형태의 연소불안정성이 나타난다는 연

*,** 한국과학기술원 기계공학과 항공우주공학전공

† swbaek@sorak.kaist.ac.kr

*** Dept. of Mech. Eng., University of Michigan, USA

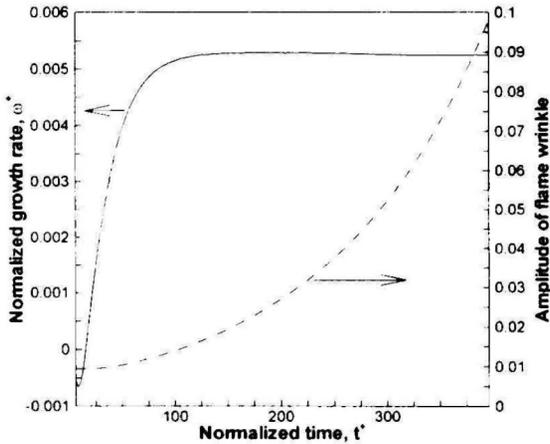


Fig. 1: Time evolution of the growth rate and amplitude of the flame wrinkle for the linear range of the flame instability: $\lambda^+ = 5$, $F/\lambda = 10^{-3}$

구가 실험 및 이론적인 방법으로 진행되고 있다 [3]. Hele-Shaw cell 내부에서 비점성유체가 점성유체를 일정한 속도로 밀어내면, 초기에 평평했던 두 유체 간의 경계면은 두 유체간의 점성계수의 차이로 인해 불안정해져 심한 굴곡을 갖는 형태로 변화한다. 이러한 형태의 불안정성을 Saffman-Taylor instability라 한다 [4]. 예혼합화염이 Hele-Shaw cell 내부를 전파해 나가는 경우에도 연소반응물과 생성물의 온도 및 점성도차이를 고려한다면, 이러한 형태의 불안정성이 나타날 수 있다. 그러나 예혼합화염면의 거동은 두 가지의 비혼합유체간의 경계면의 거동과는 다른 측면을 가지고 있다. 비혼합유체간의 경계면은 유체의 거동에 구속되어 이와 함께 이동하지만, 화염면은 유체가 정지하여 있더라도 유체 위를 스스로 전파해나가는 화염전파속도를 갖기 때문이다. 따라서 예혼합화염에서의 S-T 불안정성은 D-L 또는 D-T 불안정성을 비롯한 다른 형태의 내재적 불안정성과 밀접한 상호작용을 보일 것으로 예측할 수 있다.

이와 같이 좁은 채널 내에서의 점성력에 의한 연소불안정성은 내연기관의 크레비스 체적 (crevice volume)에서의 불안전연소 및 소염현상으로 인한 공해문제와 관련하여 적용될 수 있을 뿐만 아니라, 최근 들어 대두되고 있는 미소연소 장치 (micro-combustion device)에 관한 연구와도 밀접하게 연관이 있다고 할 수 있다 [5-6].

따라서 본 연구에서는 D-L 및 D-T 불안정성과 더불어 S-T 불안정성이 예혼합화염의 전파에 미치는 영향에 대해서 살펴보고자 한다.

2. 수치 해법

화염면의 두께 및 화염전파속도는 예혼합화염의 불안정성 및 거동과 밀접하게 연관되어있는 변수이다. 따라서, 본 연구에서는 이러한 변수들의 변화를 정확하게 예측하기 위해서 고정확도의 수치해석기법을 이용하였다 (Direct Numerical Simulation). 이러한 방법은 계산 영역의 한계는 있으나 별다른 가정없이 선형영역의 화염거동 뿐만 아니라 비선형 영역의 거동까지 해석할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

3차원적인 현상을 2차원적으로 접근하여 해석하기 위하여, τ_{zx} , τ_{zy} 는 Poiseuille 가정에 따라 다음과 같이 근사화하여 나타낼 수 있다.

$$\tau_{zi} = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = -\mu \left(\frac{12\bar{u}}{h^2} z - \frac{6\bar{u}}{h} \right) \quad (1)$$

이때 \bar{u} 는 채널 벽면에 대한 상대속도를 z방향에 대해 평균한 값이며, h 는 Hele-Shaw cell의 두께이다. 이러한 점성력에 관한 모델을 포함한 지배방정식을 해석하기 위하여 공간상으로 6차 정확도의 compact finite difference scheme[7]과 시간상으로 3차 정확도의 Runge-Kutta scheme [8]이 사용되었다. 입구의 경계조건으로는 soft-inflow condition[9]을 사용하였고出口的 경계조건으로 무반사 조건(non-reflecting condition)을 적용하였다 [9-10]. y 방향으로는 주기 경계조건 (periodic boundary condition)을 적용하였다. 평면화염의 초기조건은 1차원 계산을 통해 안정화된 결과를 2차원으로 mapping하여 구성하였으며 다음과 같이 사인함수 형태의 작은 교란(perturbation)을 첨가하였다.

$$x_j = F \exp(ut +iky) \quad (2)$$

이 때, x_j 는 화염면에 첨가된 교란을 나타내며, F 는 교란의 진폭, u 는 교란의 증가율 $k(=2\pi/\lambda)$ 는 교란의 파수(wavenumber)를 각각 나타낸다.

3. 결과

3.1 D-L and D-T instability

S-T 불안정성에 대한 고찰에 앞서, D-L 및 D-T 불안정성에 의한 화염면의 거동을 먼저 살펴본다. 앞 절에서 설명한 바와 같이 평면화염에 사인함수 형태의 교란을 주고, 교란의 시간에 따른 증가율을 계산하였다. Fig. 1은 교란증가율의 시간에 따른 변화의 전형적인 경우라 할 수 있다. 이때 시간과 길이는 음향스케일 (acoustic scale)로 무차원화 하였으며 상첨자 "+"로 나타내

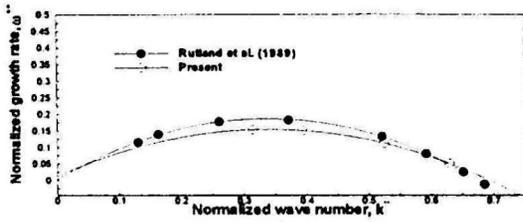


Fig. 2: The linear growth rate versus the wave number of the initial disturbance: scales normalized by the actual flame thickness (δ_{th}) and flame time (τ_{th})

었다. 초기교란이 매우 작은 경우, 교란의 진폭은 지수적(exponentially)으로 증가하며, 교란증가율은 일정한 값을 갖게 된다. 이러한 경향은 선형 이론을 통한 내재적불안정성 연구결과와 일치하는 결과라고 할 수 있다. Fig. 2 에는 교란 파수에 따른 교란증가율의 변화를 나타냈다. 이 그림에서는 길이와 시간스케일을 화염두께(δ_{th}) 및 화염시간($\tau_{th} = \delta_{th}/S_L$)으로 무차원화하여 나타냈으며 상첨자 “**”로 나타냈다. 화염두께는 다음의 식을 통하여 계산하였다.

$$\delta_{th} = \frac{T_f - T_0}{dT/dx|_{T=(T_f+T_0)/2}} \quad (3)$$

그림에서 살펴볼 수 있듯이, 본 연구의 결과와 Rutland 등[11]의 결과가 서로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 선형 이론을 통한 연구에서도 입증된 바 있듯이, 낮은 교란파수 영역에서의 D-L 불안정성은 교란파수와 선형적으로 비례하여 나타나지만 높은 교란파수 영역으로 갈수록 D-T 모드에 의한 안정화 영향이 커지게 되어 그림과 같은 교란파수의 2차함수형태의 그래프로 나타나게 된다.

교란의 진폭이 증가하여 비선형 영역이 되면 화염면의 거동은 선형 영역의 그것과 다른 형태를 나타낸다. Fig. 3은 비선형영역에서의 교란증가율, 교란의 진폭과 화염속도의 시간의 따른 변화를 도시하였다. 이 때 화염속도는 다음의 식으로부터 계산하였다.

$$S_T = \frac{- \int_x \int_y w_F dx dy}{\rho_0 Y_{F,0} L_y} \quad (4)$$

여기서, w_F 는 연료의 반응률, ρ_0 는 반응물의 밀도, $Y_{F,0}$ 는 상류에서의 반응물의 질량분율 그리고 L_y 는 계산 영역의 y방향 길이를 각각 나타낸다. Fig. 3에서 살펴볼 수 있듯이, 화염 속도 및 화염 교란의 진폭은 시간이 지남에 따라 일정한 값으로 수렴하는 것을 알 수 있다. 이는

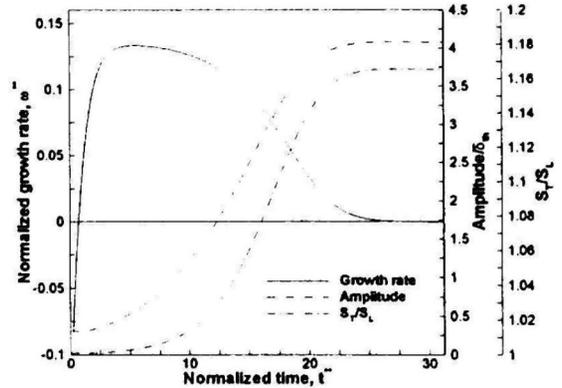


Fig. 3: Nonlinear behavior of the growth rate, amplitude of the flame wrinkles, and the overall flame speed: $\lambda^+ = 5, (\lambda^{**} = 16.04)$ $F/\lambda = 10^{-2}$

Sivashinsky가 설명한 바 있듯이 화염면의 비선형성에 의한 안정화효과 때문이다 [12].

Darrieus-Landau[1]의 이론에 따르면, 어떠한 원인으로든 굴곡이 생긴 화염은 화염면을 통과하는 유동으로 하여금 열팽창을 일으켜 유선(stream line)이 화염면의 계곡(화염면이 하류방향으로 오목하게 들어간 부분)쪽으로 편향되어 휘어지게 만든다. 따라서 화염면의 계곡 쪽으로 유량이 집중되게 되어 오목한 화염면은 더 오목해지고 볼록한 화염면은 더 볼록해지는 결과를 낳는다. 그러나, 이러한 화염면의 굴곡이 심화되면 화염면의 오목한 부분은, 화염면에 수직인 방향으로 전파되는 예혼합화염의 특성에 따라 하류방향으로 뾰족한 모양으로 변화된다 (Cellular flame의 형태). 즉 화염면의 오목한 부분에 화염대의 표면적이 증가하게 되는 것이다. 이렇게 오목한 화염면 부근의 화염대의 면적이 증가하게 되면 유선의 휘어짐으로 인해 집중된 유량까지 모두 소모하게 되어 화염면의 굴곡이 더 이상 심화되는 것을 막게 되는 것이다.

3.2 Saffman-Taylor instability

앞서 수치해법에 관한 설명에서 소개한 바 있듯이 Poiseuille 가정을 통한 점성항 모델을 이용하여 S-T 불안정성이 예혼합화염의 거동에 미치는 영향에 대해서 살펴보았다. 이 때 Hele-Shaw cell 의 벽면은 단열벽면으로 가정하였다.

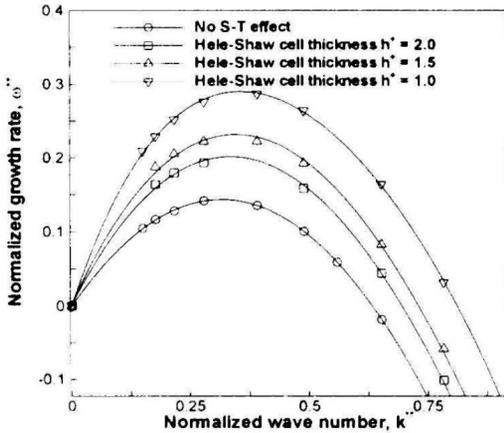


Fig. 4: Growth rate versus the wave number for various sizes of the Hele-Shaw cell thickness.

3.2.1 선형영역의 거동

Fig. 4 에는 교란의 증가율과 교란파수와 의 관계 를 몇 가지 다른 Hele-Shaw cell thickness 의 변 화에 따라 도시하였다. S-T 효과를 고려한 경우 의 화염굴곡의 증가 경향은 D-L 불안정성의 경 우와 매우 흡사하게 나타났지만 그 증가율의 크 기는 이를 고려하지않은 경우보다 더 크게 나타 났다. 이는 Hele-Shaw cell 내에서의 화염전파에 따른 점성력의 변화경향으로 설명할 수 있다. 예 혼화화염이 Hele-Shaw cell 내부를 전파해 나 가면, 열팽창 효과로 인하여 생성물영역에서의 유속이 증가하게 되며 높은 온도로 인하여 생성 물 영역의 점성계수 또한 높아지게 된다. 이러한 유속 및 점성계수의 증가는 생성물 영역에서의 점성력을 증가하게 만드는 역할을 하게된다. 이 렇게 증가한 점성력은 화염면에 수직하게 작용하 여 화염으로 유입되는 반응물의 이동을 거스르는 역할을 하게된다. 즉 화염면에 어떠한 굴곡이 있 을 경우화염면의 오목한 부분으로의 유량을 더욱 증가시키는 역할을 하는 것이다. 이렇게 증가된 유량은 D-L 불안정성의 경우에서와 마찬가지로 화염의 불안정성을 심화시키는 결과를 가져오 게 된다. 식(1)에서 나타낸 바와 같이 점성력은 μ/h^2 에 비례하므로 Fig. 4 에서 Hele-Shaw cell thickness가 작을 수록 화염이 더욱 더 불안정하 게 나타나는 것은 당연하게 유추할 수 있는 결과 라 할 수 있다.

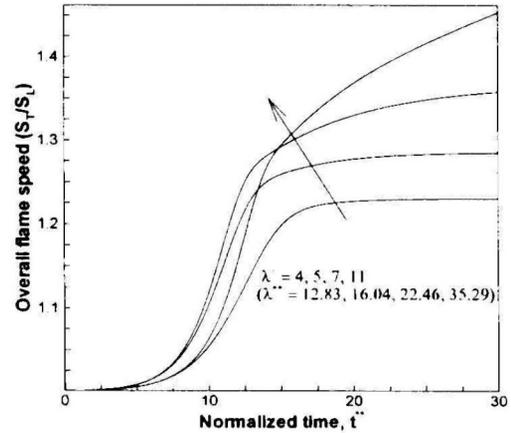


Fig. 5: Time evolution of the overall flame speed with various Saffman-Taylor effects: $F/\lambda = 10^{-2}$ and $h^+ = 1.5$ ($Pe = 21.75$).

3.2.2 비선형영역의 거동

선형영역의 거동에서 S-T 불안정성과 D-L 불 안정성은 그 메카니즘과 경향 면에서 많은 공통 점을 가지고 있다는 것을 알 수 있었다. 그러나 비선형 영역에서는 이 두 가지 불안정성의 결과 가 단순히 양적인 차이 뿐만 아니라 그 경향성에 있어서도 서로 다르게 나타났다.

Fig. 5 는 $Pe = 21.75$ ($Pe = \alpha S_L$)로 두었을 경우 S-T 효과를 고려하여 화염속도의 시간에 따른 변화를 나타내고 있다. Fig. 3 에서 화염의 속도가 시간이 지나면서 일정한 값을 가졌던 것 과 달리 S-T 효과를 고려한 경우에는 비선형 영 역에서 조차 화염속도가 지속적인 증가양상을 보 여주고 있는 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 각 각의 불안정성이 가지는 운전메카니즘의 차이로 설명할 수 있다.

D-L 불안정성의 근본적인 운전메카니즘 (driving mechanism)은 화염면 전후에서의 유체 의 열팽창으로 인한 유선의 편향 현상이다. 그러 나 이러한 열팽창으로 인한 유선의 편향은 화염 의 굴곡이 심화되어 화염면의 오목한 부분이 하 류방향으로 뾰족한 형태로 변화할 경우 한계를 가질 수밖에 없다. 왜냐하면, 열팽창으로 인한 유 선의 편향 현상은 유속의 화염면과 수직한 성분 이 증가하면서 나타나게 되는데, 화염면이 뾰족 한 형태로 변화한 이후에는 이러한 수직성분이 상대적으로 작아지기 때문이다. 그러나 S-T 불 안정성의 경우는 이와 다르다.

S-T 불안정성의 운전메카니즘은 생성물영역에

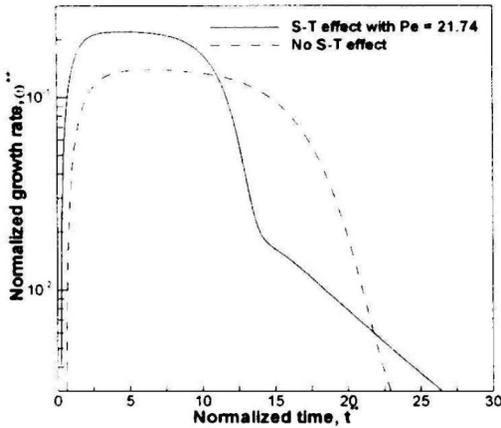


Fig. 6: Time evolution of the growth rate for cases with and without the Saffman-Taylor effect: $\lambda^1 = 7, (\lambda^{**} = 22.46), F/\lambda = 10^{-2}$.

서의 점성력이 증가하면서 화염으로 유입되는 유동을 거슬러 화염면의 오목한 부분으로 집중시키는 것이다. 다시 말하면, 생성물영역에서의 점성력증가가 유선의 편향을 가중시키는 결과를 가져온 것이다. 이러한 점성력의 증가는 화염면의 오목한 부분이 뾰족한 형태로 변화했다고 해서 감소하는 경향을 보이지는 않는다. 따라서 비선형성에 의한 화염의 안정화효과에 의하여 D-L 불안정성이 모두 상쇄되었다고 해도 S-T 불안정성은 그 효과가 감소하기는 하나 그 영향을 더 오래 지속하고 있는 것이다. 이러한 현상은 유동과 다공매질 (porous media)와의 상호작용과도 비교될 수 있다. 어떠한 계곡이 생긴 다공매질에 유체가 와서 부딪치면 침식작용에 의해 그 계곡은 더욱더 깊어질 것이다.

Fig. 5 에서 살펴볼 수 있듯이 이러한 S-T 불안정성의 비선형적 경향은 초기교란의 파장의 길이가 클 수록 더욱더 현저하게 나타난다. 파장의 길이가 길 수록 한 개의 화염면 계곡에 집중되는 점성력이 합이 커지게 된다. 따라서 이러한 점성력에 의한 유량의 집중현상도 더 두드러지게 나타나므로 이러한 비선형적인 패턴이 더 현저하게 나타나는 것이다. Fig. 6 에는 교란의 증가율의 시간에 따른 변화를 S-T 효과를 고려한 경우와 그렇지 않은 경우를 비교하여 나타내었다. S-T 효과를 고려하지 않은 경우에는 비선형성에 의한 화염의 안정화 효과로 교란의 증가율이 크게 감소하였다. 그러나 S-T 효과를 고려한 경우에는 교란의 증가율이 두 단계를 거치며 감소하는 것을 알 수 있다. 이는 비선형성에 의한 화염의 안정화 효과로 D-L 불안정성이 다 상쇄된 이후에

도 S-T 불안정성이 아직 다 상쇄되지 않은 채 천천히 감소하고 있는 것으로 추측할 수 있다.

4. 결론

Hele-Shaw cell 내부에서 발생하는 S-T 불안정성의 근본적인 메카니즘과 그 특성에 대해서 살펴보았다. 또한 D-L 불안정성 및 D-T 불안정성의 상호작용에 대한 연구 또한 수행하였다. D-L 및 D-T 불안정성은 선형영역에서 교란증가율이 일정한 값으로 수렴하였고 비선형영역에서는 교란의 폭과 화염속도가 일정한 값에 수렴하는 현상을 보였다.

S-T 불안정성은 선형영역에서 화염을 더 불안정하게 하는 경향을 보이기는 했으나 D-L 불안정성과 그 특성이 유사하게 나타났다. 비선형 영역에서는 화염속도가 꾸준히 증가하는 경향을 보이면서 S-T 불안정성이 D-L 불안정성과 달리 비선형성에 의한 안정화효과에도 불구하고 더 오래 동안 그 효과를 지속하였다.

참고문헌

- [1] Landau, L. D., "On the theory of slow combustion", Zhur. Eksp. Teor. Fiz., Vol. 14, pp. 240-245 (1944).
- [2] Sivashinsky, G. I., "Diffusional-thermal theory of cellular flames", Combust. Sci. Technol. Vol. 15, pp. 137-145 (1977).
- [3] Abid, M., J. Sharif, and Ronney, P. D., Propagating fronts in Hele-Shaw cells: effects of buoyancy and thermal expansion, Spring Technical Meeting of the Western States Section of the Combustion Institute, Paper 98S-32, 1998
- [4] Saffman, P. G. and Taylor, G., "The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid", Proc. R. Soc. London Ser. A, Vol. 245, 312-329 (1958)
- [5] Weinberg, F. J., Rowe, D. M., Min, G., Ronney, P. D., On thermoelectric power conversion from heat re-circulating combustion systems, Proceedings of the Combustion Institute, Vol. 29, in press (2002).
- [6] Fernandez-Pello, A. C., "Micro-power generation using combustion: issues and approaches", Proceedings of the Combustion Institute, Vol. 29, in press (2002).
- [7] Lele, S. K., "Compact finite difference

- schemes with spectral-like resolution", *J. Comput. Phys.* Vol. 103, pp. 16-42 (1992).
- [8] Wray, A. A., "Minimal storage time advancement schemes for spectral methods", NASA Ames Research Center, Moffett Field, CA (1986).
- [9] Kim, J. W. and Lee, D. J., "Generalized Characteristic Boundary Conditions for computational Aeroacoustics", *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 11, pp. 2040-2049 (2000).
- [10] Poinso, T. J. and Lele, S. K., "Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows" *J. Comput. Phys.*, Vol. 101, pp. 104-129 (1992).
- [11] Rutland, C. J., Ferziger, J. H. and Cantwell, B. J., "Effects of strain, vorticity, and turbulence on premixed flames." Reprint No. TF-44, Thermosciences Division, Dept. of Mechanical Engineering, Stanford University (1989).
- [12] Sivashinsky, G. I., "Nonlinear analysis of hydrodynamic instability in laminar flames. Part I. Derivation of basic equations", *Acta Astronautica*, Vol. 4, pp. 1177-1206 (1977).