

마하수 5에서 회전하는 blunt body의 유동 및 열전달에 관한 수치해석

Numerical Analysis of Flow and Heat Transfer of
a Spinning Blunt Body at Mach 5

이 명 섭, 이 창 호, 박 승 오)

Myung Sup Lee, Chang Ho Lee and Seung O Park

In this numerical work, three dimensional supersonic laminar flow and heat transfer of a blunt body(sphere-cone) at Mach 5 is simulated. The effects of angle of attack and the spin rate on the flow and heat transfer are analysed. To solve the three dimensional compressible Navier-Stokes equation, a finite volume method with the modified LDFSS scheme is employed for spatial discretization, and a point SGS implicit method is used for time integration. It is found that the heat transfer rate increases at the windward side and decreases at the leeward side with the angle of attack. The heat transfer rate at all surfaces slightly increases with the spin rate.

1. 서 론

고속으로 비행하는 회전비행체는 주로 공기역학적인 힘(aerodynamic forces)의 해석에 관심을 갖고 많은 연구가 이루어져 왔다. 실제로 포탄등의 발사체는 매우 큰 회전수를 갖고 비행하는데, 이때 발생하는 Magnus force는 비행체의 안정성과 비행특성에 심각한 영향을 주어 많은 연구가 수행되어 왔지만 열전달의 측면에서 연구된 예는 거의 없다.

본 연구에서는 축대칭 무딘 형상의 비행체가 회전하며 고속으로 비행하는 경우에 비행체 주위의 유동 및 표면으로 전달되는 열전달 분포는 어떻게 변화하는지를 수치해석을 통하여 분석하였다. 계산은 일반적인 극초음속 비행체의 형상으로 원추반각이 8도인 반구-원추의 축대칭 비행체에 대해 비행 마하수 5에서 수행하였다. 수치해석은 3차원 Navier-Stokes 코드를 이용하여 받음각이 없는 경우와 받음각 8도에서 회전이 없을 때와 회전할 때 (1000 rps)를 각각 계산하였다.

2. 지배 방정식

Navier-Stokes 방정식을 3차원 직교 좌표계에서 무차원화된 미분형태로 나타내면 아래와 같다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + \frac{\partial G_v}{\partial z} \tag{1}$$

여기서 Q 는 보존 변수 벡터 (conservative variable vector), E, F, G 는 각각 x, y, z 방향의 비점성 플럭스 벡터(invscid flux vector), E_v, F_v, G_v 는 각각 x, y, z 방향의 점성 플럭스 벡터(viscous flux vector)를 나타내며 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e_t \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (\rho e_t + p)u \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (\rho e_t + p)v \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho wu \\ \rho wv \\ \rho w^2 + p \\ (\rho e_t + p)w \end{bmatrix} \tag{2}$$

1) 한국과학기술원 기계공학과 항공우주전공

$$E_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x \end{bmatrix} \quad F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y \end{bmatrix} \quad G_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} - q_z \end{bmatrix}$$

여기서 ρ, u, v, w, p, e_t 는 각각 밀도, x, y, z 방향의 속도 성분, 압력, 총에너지를 나타낸다. 점성계수는 Sutherland 식으로 계산하고, 압력은 열량적 완전기체의 상태 방정식으로 계산한다.

3. 수치 해석기법

식(1)을 일반곡선 좌표계로 변환하여 셀 중심 유한체적법을 적용하면 임의의 셀에 대하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left(\frac{1}{J} \frac{\partial Q}{\partial t}\right)_{i,j,k} + (\tilde{E} - \tilde{E}_v)_{i+1/2,j,k} - (\tilde{E} - \tilde{E}_v)_{i-1/2,j,k} + (\tilde{F} - \tilde{F}_v)_{i,j+1/2,k} - (\tilde{F} - \tilde{F}_v)_{i,j-1/2,k} + (\tilde{G} - \tilde{G}_v)_{i,j,k+1/2} - (\tilde{G} - \tilde{G}_v)_{i,j,k-1/2} = 0 \quad (3)$$

3.1. 수치 플럭스 계산

비점성 수치 플럭스(numerical flux)는 Edwards의 LDFSS(0) 스킴을 다음과 같이 수정하여 계산한다.

$$\tilde{F}_{i+1/2} = \frac{|\nabla k|}{J} (C^+ a_L \Phi_L + C^- a_R \Phi_R) + \frac{|\nabla k|}{J} \Psi (D^+ p_L + D^- p_R) \quad (4)$$

여기서

$$\Psi = \rho \begin{bmatrix} 1 \\ u \\ v \\ w \\ h_t \end{bmatrix} \quad \Phi = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{k}_x \\ \hat{k}_y \\ \hat{k}_z \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

이고, 식(4)의 분할 마하수 C^\pm 는 다음과 같이 계산한다.

$$C^\pm = C_{VL}^\pm \mp M_{1/2} \quad (6)$$

여기서 C_{VL}^\pm 는 Van Leer의 분할 마하수로서 다음과 같다.

$$C_{VL}^\pm = \pm \frac{1}{4} (M \pm 1)^2, \text{ if } |M| \leq 1 \\ = \frac{1}{2} (M \pm |M|), \text{ otherwise} \quad (7)$$

$M_{1/2}$ 은 anti-diffusive correction으로써, Edwards의 원래 스킴이 갖고 있는 충격파에서의 비단조성(nonmonotone)을 제거하기 위해 다음과 같이 수정된 식을 사용한다.

$$M_{1/2} = \frac{\alpha}{4} \left(\sqrt{\frac{1}{2} (M_L^2 + M_R^2) - 1.0} - 1.0 \right)^2, \text{ if } 0 \leq |M_L| \text{ and } |M_R| \leq 1 \\ = 0, \text{ otherwise} \quad (8)$$

α 는 충격파 판별 기준값으로 다음과 같이 결정한다.

$$\alpha = \min(\omega_L, \omega_R) \quad (9)$$

$$\omega_i = \max \left(1.0 - x \left| \frac{p_{i-1,j,k} - 2p_{i,j,k} + p_{i+1,j,k}}{p_{i-1,j,k} + 2p_{i,j,k} + p_{i+1,j,k}} \right|, 0 \right) \quad (10)$$

식(4)에서 분할 압력 D^\pm 는 다음과 같이 계산한다.

$$D^\pm = \frac{1}{4}(M \pm 1)^2(2 \mp M), \text{ if } |M| \leq 1 \tag{11}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(M \pm |M|)}{M}, \text{ otherwise}$$

벽면 수직방향으로는 MUSCL 기법을 사용하여 3차의 공간정확도로 계산하고 나머지 두 방향으로 1차공간정확도로 계산한다. MUSCL 기법에서 외삽변수는 원시변수(primitive variable)로 하고, minmod limiter를 사용하여 계산한다. 셀 경계면에서의 점성 플럭스는 중앙차분식으로 계산한다.

3.2 시간 적분법

정상 상태의 해를 얻기 위해 이산화된 지배방정식을 상미분방정식의 형태로 쓰고 1차 후방 Euler 내제법을 적용하여 시간에 대해 선형화하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\left[\frac{I}{J \Delta t} + \left(\frac{\partial R}{\partial Q} \right)^n \right] \Delta Q^n = -R^n \tag{12}$$

식(14)의 왼쪽 내제항 계산에서 비점성 플럭스 Jacobian은 1차 공간정확도의 Steger-Warming 스킴으로 계산하고, 점성 플럭스 Jacobian은 혼합미분항을 무시하고 계산한다. 플럭스 Jacobian들을 계산하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$c_1 \Delta Q_{i,j,k}^n + c_2 \Delta Q_{i-1,j,k}^n + c_3 \Delta Q_{i,j-1,k}^n + c_4 \Delta Q_{i,j,k-1}^n + c_5 \Delta Q_{i+1,j,k}^n + c_6 \Delta Q_{i,j+1,k}^n + c_7 \Delta Q_{i,j,k+1}^n = -R_{i,j,k}^n \tag{13}$$

내제적 시간 적분법으로써 point SGS 방법을 적용하여 다음과 같이 계산한다. forward sweep에서는 i, j, k 를 증가시키면서 계산한다.

$$c_1 \overline{\Delta Q_{i,j,k}^n} = -R_{i,j,k}^n - c_2 \overline{\Delta Q_{i-1,j,k}^n} - c_3 \overline{\Delta Q_{i,j-1,k}^n} - c_4 \overline{\Delta Q_{i,j,k-1}^n} \tag{14}$$

backward sweep에서는 i, j, k 를 감소시키면서 계산한다.

$$c_1 \Delta Q_{i,j,k}^n = c_1 \overline{\Delta Q_{i,j,k}^n} - c_5 \Delta Q_{i+1,j,k}^n - c_6 \Delta Q_{i,j+1,k}^n - c_7 \Delta Q_{i,j,k+1}^n \tag{15}$$

$n+1$ 단계의 해는 다음과 같다.

$$Q_{i,j,k}^{n+1} = Q_{i,j,k}^n + \Delta Q_{i,j,k}^n \tag{16}$$

4. 계산 및 결과

극초음속 유동환경에서 비행하는 구조물의 대표적 형상인 축대칭 구-원추(sphere-cone) 비행체 주위의 유동을 받음각과 회전이 있을 경우에 대해 해석한다. 격자는 대수적 방법으로 만들어진 2차원 격자를 대칭축을 중심으로 회전하여 만들었다. 격자는 ξ, η, ζ 방향으로 $43 \times 80 \times 16$ (Fig.1)이며, ξ 방향에서 대칭축으로부터 구와 원추가 만나는 접합점까지 20개의 격자를 사용하였다. 경계조건은 대칭축과 출구류에서는 외삽하고, 벽면에서는 정온조건과 no-slip 조건을 사용하였다. 초기조건은 자유류 조건과 동일하게 주었다. 시간증분은 일정한 시간증분값을 사용하였으며 CFL수는 10으로 하였다. 구의 반경과 원추반각, 자유류 조건과 벽면 온도는 다음과 같다.

$$R_N = 0.0635 \text{ m} \quad \theta_c = 8^\circ \quad M_\infty = 5.0 \quad p_\infty = 1798.37 \text{ N/m}^2$$

$$T_\infty = 115.3 \text{ K} \quad T_W = 300 \text{ K}$$

받음각과 회전수는 다음과 같다.

$$\alpha = 8^\circ \quad \omega = 1000 \text{ rev/sec}$$

Fig. 2 는 받음각과 회전이 없을 경우의 결과로써 안정된 수렴과정을 보여주고 있다. Fig. 3 은 받음각과 회전이 없을 경우에 대칭면에서의 압력 등고선이다. 충격파에서 진동이나 불안정 현상이

없이 깨끗한 충격파를 포획하고 있는 것을 볼 수 있다. Fig. 4는 받음각과 회전이 있는 경우의 압력 등고선이다. 받음각에 의해 압력 최고점의 위치가 아래로 이동하고 windward 면의 충격파는 표면에 가까워지고 leeward 면의 충격파는 떨어진 것을 볼 수 있다. Fig 5 는 받음각과 회전이 없는 경우에 정체유선에서의 압력과 온도 분포를 나타낸 것이다. 충격파에서 단조성을 유지하며 포획하고 있다. 따라서 본 연구에서 수정한 스킴은 Edwards의 LDFSS(0) 스킴이 갖고 있는 비단조성 충격파 포획 성질을 효과적으로 개선할 수 있음을 보여 준다. Fig. 6은 받음각과 회전이 있는 경우에 벽면을 따른 압력분포이다. Windward 면과 leeward면의 압력은 큰 차이를 보여주고 있다. Fig. 7 은 받음각은 0도이고, 회전이 없을 때와 회전이 있을 때의 벽면 열전달률의 분포를 나타낸 것이다. 회전이 있는 경우에 벽면 열전달률은 정체점에서부터 멀어질수록 증가하고 있다. 하지만 큰 회전수에 비해서 열전달률의 증가는 별로 크지 않게 나타났다. 이것은 각속도에 비해 상대적으로 유입유동의 속도가 크고 구조물의 반지름이 작기 때문이다. 회전이 벽면 압력분포에 미치는 영향은 거의 없지만 벽면 열전달률에는 영향을 준다. 회전수를 무차원화된 값, $\omega R_N/V_\infty$,으로 나타낼 때, 본 연구의 계산 경험에서 회전이 열전달률에 영향을 주기 위해서는 무차원 각속도가 약 10^{-1} order 정도가 되어야한다. Fig. 8 은 회전과 함께 받음각이 있는 경우의 열전달률의 분포이다. 열전달률은 leeward에서 가장 작고 windward와 left 면에서 크게 나타나고 있는데, 이것은 경계층의 두께가 다르게 분포하기 때문이다. 즉 열전달률이 큰 부분의 경계층은 두께가 얇은 부분이고 열전달률이 작은 부분은 경계층이 두꺼워진 부분이다.

5. 결 론

3차원 Navier-Stokes 방정식을 수치해석하여 축대칭 형상의 비행체에 대해 받음각과 회전이 유동과 벽면 열전달에 미치는 영향을 분석하였다. 비행체의 회전이 벽면압력분포에 주는 영향은 거의 없지만, 열전달률의 분포에는 무차원화된 각속도 값으로 대략 10^{-1} order 이상, 약 초당 400회전, 에서 영향을 준다. 받음각과 회전이 모두 있는 경우 windward 면 및 바람이 부는 방향과 같은 회전방향에 있는 옆면은 거의 같은 크기의 증가된 열전달률의 분포를 나타낸다.

참고 문헌

- [1] 이창호, 박승오, "극초음속 유동해석에서 Upwind Scheme의 특성", 제9차 유도무기 학술대회 논문집, 1999
- [2] J. R. Edwards, "A Low-Diffusion Flux-Splitting Scheme for Navier- Stokes Calculations", Computers & Fluids, 1997
- [3] T. Streit, S. Martin, "Approximate Heat Transfer Methods Hypersonic Flow in Comparison with Results Provided by Numerical Navier-Stokes Solutions", Forschungsbericht 94-36.
- [4] A.W. Rizzi and M. Inouye, "Time-Split Finite-Volume Method for Three-Dimensional Blunt-Body Flow", AIAA Journal, 1973
- [5] J. Bertin, R. Glowinski, J. Periaux, "Hypersonics, Volume II : Computation and Masurement of Hypersonic Flows", Birkhauser, 1989
- [6] H. Harris Halmilton II, Daniel R. Millman, Robert B. Greendyke, "Finite-Difference Solution for Laminar or Turbulent Boundary Layer Flow Over Axisymmetric Bodies With Ideal Gas, CF_4 , or Equilibrium Air Chemistry", NASA Technical paper, 1992

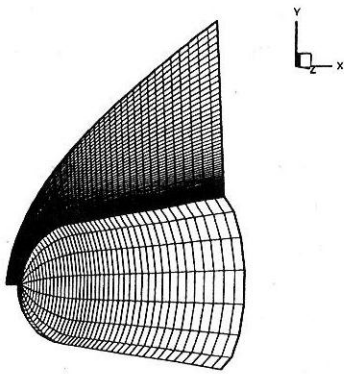


Fig. 1 Grid system

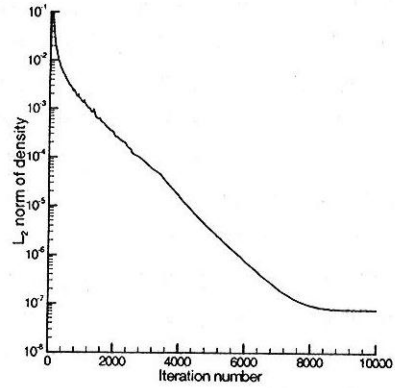


Fig. 2 Convergence history

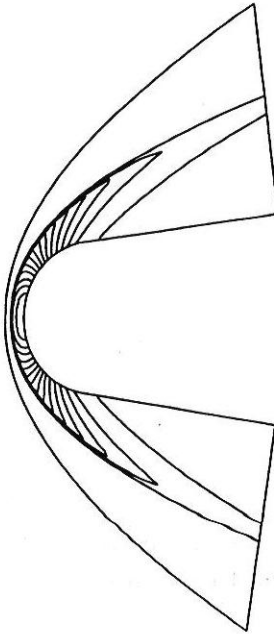


Fig. 3 Pressure contour , $\alpha=0, \omega=0$

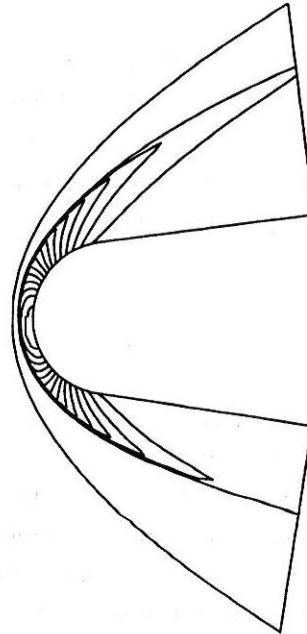


Fig. 4 Pressure contour, $\alpha=8, \omega=1000 \text{ rps}$

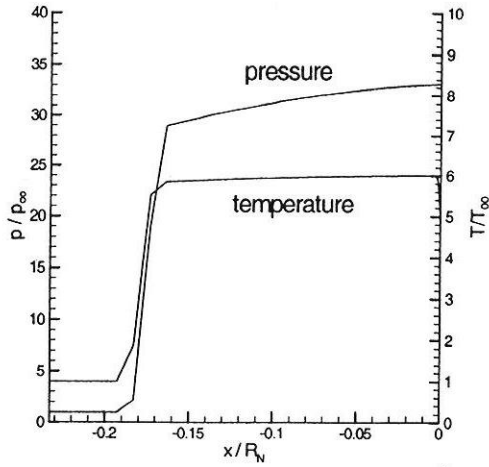


Fig. 5 Distributions along stagnation line
 $\alpha = 0, \omega = 0$

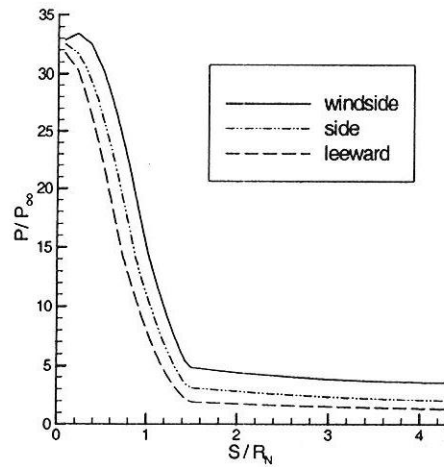


Fig. 6 Pressure distributions along wall
 $\alpha = 8, \omega = 1000 \text{ rps}$

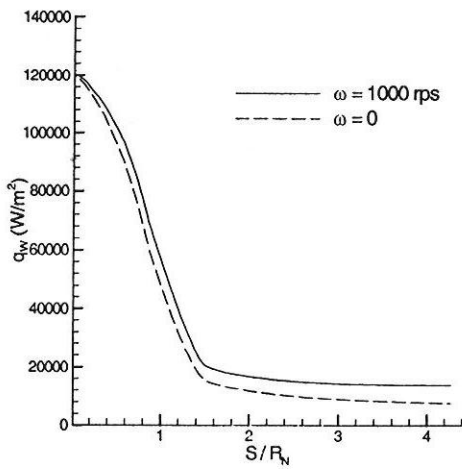


Fig. 7 Wall heat flux distributions
 $\alpha = 0$

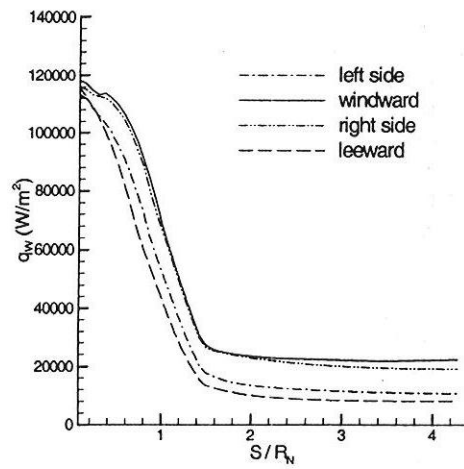


Fig. 8 Wall heat flux distributions
 $\alpha = 8, \omega = 1000 \text{ rps}$