

## 항공기의 수직 및 수평 꼬리날개에 대한 공탄성 해석 Aeroelastic Analysis of Vertical and Horizontal Tails

김종윤\* 권혁준\* 유재한\* 이인\* 한재홍\*  
 Jong-Yun Kim Hyuk-Jun Kwon Jae-Han You In Lee Jae-Hung Han  
 \* 한국과학기술원 기계공학과 항공우주전공, 대전 305-701

### ABSTRACT

In this paper, the flutter analyses have been performed for vertical and horizontal tails of aircrafts using transonic small disturbance(TSD) code. The new capability requires a modification to the TSD equation and a grid transformation for vertical surfaces. The transonic aeroelastic results of the vertical and horizontal tail of aircrafts are given in the time domain.

### 1. 서 론

항공기의 구조물은 비행 시 공기력과 구조물의 상호 작용으로 인하여 공력 탄성학적 현상에 직면하게 된다. 이러한 공력 탄성학적 문제에는 동적 불안정 현상인 플러터(flutter), 정적 불안정 현상인 다이버전스(divergence), 돌풍(gust)에 대한 응답 문제 그리고 공력 하중에 의하여 구조물이 변형함에 따라 변화되는 공력 하중을 예측하는 정적 하중 재분포 문제 등이 있다. 이러한 공력 탄성학적 불안정 현상들은 항공기 구조물의 파손이나 이로 인한 추락 사고에 직접적으로 연관이 있으므로 설계 및 비행 실험 시 필수적인 고려사항이 된다.

공력 탄성학적 불안정 현상 중에서도 플러터는 대표적인 유체 유발 진동(Flow Induced Vibraton, FIV) 현상으로 플러터가 발생하면 수초 이내에 구조물의 파괴가 일어난다. 현대에는 항공기의 효율성으로 인하여 구조 경량화에 따른 구조물의 유연성으로 플러터 현상이 더욱 중요한 문제가 되어가고 있다. 따라서 플러터 발생 가능성과 구체적인 진동 특성 파악은 항공기 구조 설계에 있어 매우 중요한 공학적 문제이다. 플러터 해석을 위하여 전산유체역학(CFD) 방법과 전산구조동역학(CSD) 방법을 시간 영역에서 고려하는 연계시간적 분법(CTIM)이 가장 정확한 해석 방법이다. 또한, 비선형성이 고려되는 많은 유체 모델 중 미소교란(transonic small disturbance, TSD) 방정식은 빠른 계산 속도의 장점으로 인해 많은 연구가 이루어졌다[1]. 기존의 많은 문현들은 이러한 방법들을 통하여 단순 날개(clean wing)에 대한 플러터 해석을 수행하여 이에 대한 충분한 검증을 이루어 왔으며 계산 시간이 오래 걸리는 전기체에 대한 적용 가능성에 대한 일부 검토가 이루어졌

다[2]. 하지만 기존의 해석에는 고려하지 않은 수직 꼬리날개 등과 같은 부가적인 수직면은 수평 양력면에 공기 역학적인 흐름에 간섭을 유발시킨다. 특히 전투기와 같은 항공기의 수평 꼬리날개는 날개면이 모두 움직이는 구조로 되어있어 수직 꼬리날개와의 간섭 효과에 의하여 플러터 특성이 낮아지면 위험한 결과를 초래할 수 있다. 따라서 수직 꼬리날개에 의한 수평 꼬리날개의 플러터 특성을 파악하여 그 안정성을 살펴볼 필요가 있다.

본 연구에서는 기존의 수평 양력면만을 고려할 수 있었던 미소교란 방정식을 부가적인 수직면들도 함께 고려할 수 있는 미소교란 방정식으로 확장하였으며 확장된 미소교란 방정식을 이용하여 플러터 해석을 수행하였다.

### 2. 미소교란 방정식 확장

미소교란 방정식은 비접성(inviscid), 비회전성(irrotation), 미소교란(small disturbance) 유동장이라는 가정하에 유도된다. 이러한 가정을 도입하여 식을 간략하게 하는 이유는 유동장을 정확하게 모델링한 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 해석하는데 어려움이 많고, 빵대한 계산 시간이 필요하기 때문이다.

기존의 많은 연구에서 수평 양력면만을 고려하여 유동장을 모델링한 미소교란 방정식의 보존형(conservation form)은 다음과 같다.

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial f_2}{\partial y} + \frac{\partial f_3}{\partial z} = 0$$

여기서,  $t$  는 시간을 나타내고  $x, y, z$  는 직교 좌표계

의 각 방향을 나타낸다. 또한, 각 변수들의 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_0 &= -A \phi_t - B \phi_x, \quad f_1 = E \phi_x + F \phi_x^2 + G \phi_y^2, \\ f_2 &= \phi_y (1 + H \phi_x), \quad f_3 = \phi_z \end{aligned}$$

여기서,  $\phi$  는 미소교란 포텐셜(potential)을 의미하고, 각 상수들은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} A &= M_\infty^2, \quad B = 2M_\infty^2, \quad E = 1 - M_\infty^2, \\ F &= -\frac{1}{2}(\gamma+1)M_\infty^2, \quad G = \frac{1}{2}(\gamma-3)M_\infty^2, \\ H &= -(\gamma-1)M_\infty^2 \end{aligned}$$

위 식에서  $M_\infty$  은 자유흐름(free stream)의 유입 마하수(Mach number)를,  $\gamma$  는 비열비(ratio of specific heats)를 각각 의미한다.

위의 미소교란 방정식의 해는 ( $n+1$ ) 시간 단계에서 Newton 반복 계산의 중간 단계(\*) 값을 고려하여 다음과 같은 형태의 Newton 선형화를 통해 구해진다.

$$\frac{\partial R}{\partial \phi} | * \Delta \phi = -R(\phi^*)$$

여기서,  $\Delta \phi = \phi^{n+1} - \phi^*$ 이고 좌변은 근사적인 인수 분해(approximate factorization)을 수행하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$L_\xi L_\eta L_\zeta \Delta \phi = -R(\phi^*)$$

위 식에서 각 연산자는 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} L_\xi &= 1 + \frac{3B}{4A} \xi_x \Delta t \frac{\partial}{\partial \xi} - \xi_x \frac{\Delta t^2}{2A} \frac{\partial}{\partial \xi} F_1 \frac{\partial}{\partial \xi}, \\ L_\eta &= 1 - \xi_x \frac{\Delta t^2}{2A} \frac{\partial}{\partial \eta} F_2 \frac{\partial}{\partial \eta}, \\ L_\zeta &= 1 - \xi_x \frac{\Delta t^2}{2A} \frac{\partial}{\partial \zeta} F_3 \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned} F_1 &= E \xi_x + 2F \xi_x \phi_x^* + 2G \xi_y \phi_y^* \\ &\quad + \frac{\xi_y^2}{\xi_x} (1 + H \phi_x^*) + H \xi_y \phi_y^*, \\ F_2 &= -\frac{1}{\xi_x} (1 + H \phi_x^*), \quad F_3 = -\frac{1}{\xi_x} \end{aligned}$$

이 되고,  $\xi, \eta, \zeta$ 는 물리적인 좌표계  $x, y, z$ 에 대한 각각의 계산적인 좌표계를 의미한다.

수직면을 고려한 모델에 대한 유동장 해석의 미소교란 방정식은 기존의 방정식에서 몇몇 항을 바꾸어야 하는데 수직면을 고려하기 때문에 기존에 없었던  $z$  방향에 대한 항들이 추가된다. 변화되는 항들은 다음과 같다[3].

우선, 보존형의 미소교란 방정식에서 두 변수가  $z$  방향을 고려하여 다음과 같이 변화된다.

$$\begin{aligned} f_1 &= E \phi_x + F \phi_x^2 + G \phi_y^2 + G \phi_z^2, \\ f_3 &= \phi_x + H \phi_x \phi_z \end{aligned}$$

또한, 근사적인 인수분해의  $L_\xi$  와  $L_\zeta$  연산자의 일부 항이 마찬가지로  $z$  방향을 고려하여 다음과 같이 변하게 된다.

$$\begin{aligned} F_1 &= E \xi_x + 2F \xi_x \phi_x^* + 2G \xi_y \phi_y^* \\ &\quad + \frac{\xi_y^2}{\xi_x} (1 + H \phi_x^*) + H \xi_y \phi_y^* \\ &\quad + 2G \xi_z \phi_z^* + \frac{\xi_z^2}{\xi_x} (1 + H \phi_x^*) + H \xi_z \phi_z^*, \\ F_3 &= -\frac{1}{\xi_x} + \frac{1}{\xi_x} H \phi_x^* \end{aligned}$$

### 3. 플러터 해석을 위한 이론적 배경

Hamilton의 원리를 이용하여 3차원 탄성체에 대한 시간 영역에서의 공탄성 방정식을 유도하면 구조적 감쇠를 고려한  $n$  자유도계 시스템의 운동 방정식은 일반화된 좌표계(generalized coordinate)에 대하여 다음과 같이 행렬형태로 나타낼 수 있다.

$$[M_g] \{ \ddot{q}(t) \} + [C_g] \{ \dot{q}(t) \} + [K_g] \{ q(t) \} = \{ Q(t) \}$$

위 식에서  $[M_g]$ 는 일반화된 질량 행렬을,  $[C_g]$ 는 일반화된 감쇠 행렬을,  $[K_g]$ 는 일반화된 강성 행렬을,  $\{q(t)\}$ 는 일반화된 변위 벡터를 각각 의미하며,  $\{Q(t)\}$ 는 시간 영역에서의 일반화된 공기력 벡터를 나타내며, CFD 코드와 연계해서 구해질 수 있다.  $t$ 는 물리영역에서의 실제 시간을 의미한다. 일반화된 좌표계의 공탄성 방정식의 각 행렬과 벡터들은 다음과 같이 정의된다.

$$[M_g] = [\phi]^T [M] [\phi], \quad [C_g] = [\phi]^T [C] [\phi],$$

$$[K_g] = [\phi]^T [K] [\phi], \quad \{Q(t)\} = [\phi]^T \{F(t)\}$$

$$Q(t)_i = \frac{1}{2} \rho U^2 c_r^2 \int_s h_i(x, y) \Delta C_p(x, y, t) \frac{dS}{c_r^2}$$

위 식에서  $[M]$ 은 질량 행렬을,  $[C]$ 는 감쇠 행렬을,  $[K]$ 는 강성 행렬을,  $[\phi]$ 는 고유모드 벡터들로 이루어진 변환 행렬을,  $\{F(t)\}$ 는 공기력 벡터를 의미한다. 또한, 첨자 'i'는 영향(influence) 모드를,  $h$ 는 고유모드 벡터를,  $S$ 는 날개의 투영 면적을,  $c_r$ 은 날개뿌리에서의 코드 길이를,  $\rho$ 는 자유흐름 밀도를,  $U$ 는 자유흐름 속도를 의미한다. 그리고  $\Delta C_p$ 는 날개 위, 아래면에서 압력계수들의 차를 의미한다.

공탄성 방정식의 수치 적분을 용이하게 하기 위하여  $2n$  차원의 상태 벡터(state vector)의 형태로 변환하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[\dot{x}(t)] = [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\}$$

위 상태 방정식의 각 행렬과 벡터의 정의는 다음과 같다.

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 \\ -[M_g]^{-1}[K_g] & -[M_g]^{-1}[C_g] \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 \\ [M_g]^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\{x(t)\} = \begin{bmatrix} \{q(t)\} \\ \{\dot{q}(t)\} \end{bmatrix}, \quad \{u(t)\} = \begin{bmatrix} 0 \\ \{Q(t)\} \end{bmatrix}$$

상태 방정식은 다양한 기법으로 시간 적분될 수 있으며, 본 연구에서는 고차의 시간 정확도를 위해 5차의 Runge-Kutta 수치 적분법을 이용하였다. 이는 시간 영역에서의 수치적분 유체/구조 연계 해법인 연계 시간 적분법(Coupled Time-Integration Method, CTIM)에 해당한다[4]. CTIM은 공탄성 방정식에서 우변의 외력 계산에 비정상 CFD 코드가 매 시간 스텝 과정에서 실시간으로 연계되게 된다.

#### 4. 해석 결과 및 토의

플러터 해석을 간단하게 하기 위하여 수직 및 수평 꼬리날개의 형상을 모두 동일하게 하였고 각 꼬리날개는 평판으로 가정하였다.

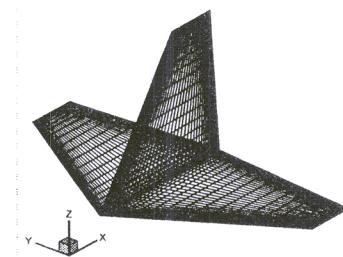
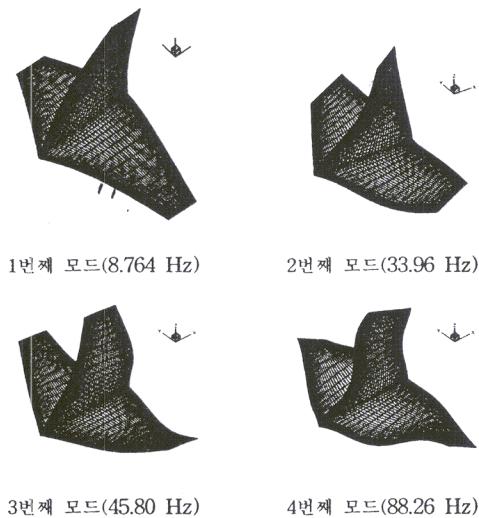


그림 1. TSD 공기력 격자(날개면).

그림 1은 TSD 방정식을 이용하여 정상 및 비정상 유동장의 공기력 해석에 사용된 공력 격자를 보여주고 있다. 유동장의 급격한 변화가 예상되는 수직 및 수평 꼬리날개의 앞전(leading edge)과 뒷전(trailing edge) 부분에 x 방향 및 y 방향으로 격자를 밀집시켰다. 흐름 방향의 전방(upstream)으로 날개뿌리 코드 길이의 20 배, 아래 방향(downstream)으로 30 배, 수직 위 방향으로 20 배, 스팬방향(spanwise)으로 6 배의 원방 경계(far boundary)를 설정하였다.



1번째 모드(8.764 Hz)

2번째 모드(33.96 Hz)

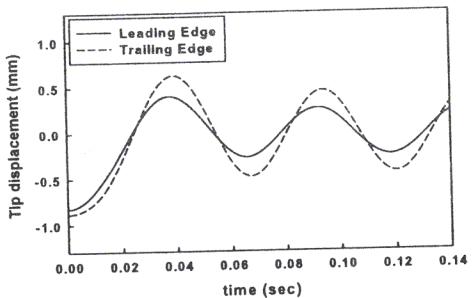
3번째 모드(45.80 Hz)

4번째 모드(88.26 Hz)

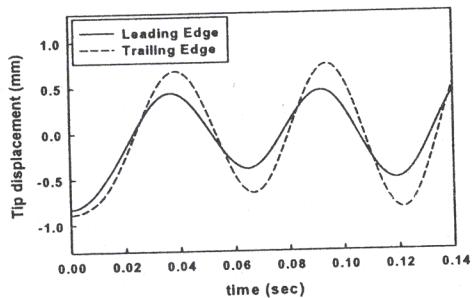
그림 2. 고유 진동 모드와 고유 진동수.

그림 2는 고유 진동해석을 통해 구조 절점에서 구해진 고유 모드 형태를 공력 격자로 보간(spline)한 결과이다. 고유 진동해석은 상용 유한요소 프로그램인 MSC/NASTRAN을 이용하였다. 무한 평판을 이용한 표면 보간법을 사용하였으며 수직 꼬리날개와 수평 꼬리날개가 같은 평면에 있지 않기 때문에 각각 따로 분리하여 보간을 수행하였다. 1번째 모드는 8.764 Hz로 전반적인 형태로 굽힘(bending) 모드를 보이고 있고, 2번째 모드는 33.96 Hz로 전반적인 형태로 비틀림

(torsion) 모드를 보이고 있다. 또한, 3번째 모드부터는 굽힘과 비틀림 모드의 복합적인 형태로 45.80 Hz이고 4 번째 모드는 88.26 Hz이다.



$$U_{\infty} = 113 \text{ m/s}$$



$$U_{\infty} = 116 \text{ m/s}$$

그림 3. 각 속도에 따른 앞전 및 뒷전에서의 시간 응답.

그림 3은 마하수 0.7,  $\rho = 0.41267 \text{ kg/m}^3$ 에서 수평 꼬리날개 끝단의 앞전과 뒷전에서 공탄성 물리 응답을 보여주고 있다. 첫 번째 플러터 해석 결과는 자유흐름 속도가 113 m/s 일 때이고, 두 번째 결과는 116 m/s 의 결과이다. 113 m/s 에서는 수렴하는 응답이 116 m/s 에서는 발산하는 것을 볼 수 있다.

## 5. 결론

수직면을 고려한 미소교란 방정식을 이용한 플러터 해석 시스템이 개발되었다. 개발된 플러터 해석 시스템으로 마하수 0.7에서 시간 응답을 구하였다. 하지만 z 방향까지 고려하게 되어 기존의 수평 양력면만을 고려 한 미소교란 방정식을 이용한 플러터 해석 시스템과 비교하여 상당히 많은 계산 시간이 요구되었다. 효율적인 계산 시간을 위하여 앞으로는 기존의 플러터 해석 시스템으로 수평면과 수직면의 접촉면에 대한 경계 조건을 고려한 플러터 해석 시스템을 개발할 계획이다.

## 참고문헌

- [1] Cunningham, H. J., Batina J. T. and Bennet R. M., J. Aircraft, Vol. 25, No. 962, (1988).
- [2] Batina, J. T., Seidel D. A., Bland S. R. and Bennet R. M., J. Aircraft, Vol. 26, No. 21, (1989).
- [3] Gibbons, M. D., AIAA Paper 92-2503-CP, (1992).
- [4] Kim, D. H. and Lee, I., J. Sound and Vibration, Vol. 234, No. 5, (2000).